Mathematisches Schulbuchwissen von Studierenden einer Pädagogischen Hochschule zu Beginn ihres Studiums

Zusammenfassung
Studien zeigen, dass höheres mathematisches Fachwissen von Lehrpersonen mit einem grösseren mathematischen Leistungszuwachs der von ihnen unterrichteten Schülerinnen und Schüler einhergeht. In der vorliegenden Untersuchung bearbeiteten 160 Studierende der Pädagogischen Hochschule St.Gallen Aufgaben aus Mathematik-Lehrmitteln der fünften bis neunten Klasse. Im Durchschnitt lösten sie 69% der Aufgaben richtig. Jüngere Studierende lösten insgesamt mehr Aufgaben richtig als ihre älteren Mitstudierenden. Das mathematische Schulbuchwissen scheint mit einem Effekt des Vergessens verbunden zu sein, was auf ein eher rezepthaftes und wenig verstehensorientiertes Lehren und Lernen hinweist.

Schlagwörter: Mathematik; Fachdidaktik; Schulbuchwissen; Studierende

Mathematical textbook knowledge of students in educational sciences at the beginning of their studies

Abstract
Studies show that higher mathematical professional knowledge of teachers goes hand in hand with a greater increase in mathematical performance of the pupils they teach. In the present study, 160 students of the St. Gallen University of Teacher Eucation processed tasks from fifth to ninth grade mathematical textbooks. On average, they solved 69% of the tasks correctly. Younger students solved more tasks correctly than their older fellow students. Mathematical textbook knowledge seems to be associated with an effect of forgetting, which points to a more recipe-based and less comprehension-oriented teaching and learning.

Keywords: mathematics; teaching methodology; textbook knowledge; students

Susanne Kuratli Geeler
Dr. phil.
Pädagogische Hochschule St.Gallen
susanne.kuratli@phsg.ch

Barbara Ott
Prof. Dr.
Pädagogische Hochschule St.Gallen
barbara.ott@phsg.ch

1 Einleitung und theoretischer Hintergrund

Verschiedene Studien weisen nach, dass das mathematische Fachwissen von Lehrpersonen, nebst fachdidaktischem und allgemein pädagogischem Wissen, einen Einfluss auf den mathematischen Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler hat (Baumert et al., 2011). Beispielsweise stellten Hanushek, Piopiunik und Wiederhold (2014) fest, dass Unterschiede in den kognitiven Fähigkeiten von Lehrpersonen mit Unterschieden in der Schülerinnen- und Schülerleistung in Mathematik und Sprache verbunden sind. Sie stützten sich dabei auf Daten der PISA-Untersuchungen 2009 und 2012 in den Fächern Mathematik, Lesen und Schreiben. In Bezug auf das Fach Mathematik zeigte sich, dass je höher das mathematische Fachwissen der Lehrpersonen war, desto höher war auch die mathematischen Leistung der Schülerinnen und Schüler. Auch Darling-Hammond, Holtzman, Gatlin und Vasquez Heilig (2005) konnten in einer Studie zeigen, dass Schülerinnen und Schüler von Lehrpersonen, die ihr mathematisches Wissen in einer Weiterbildung erhöht hatten, ihre mathematischen Leistungen verbessern konnten. Andere Studien belegen ebenfalls einen positiven Einfluss des mathematischen Fachwissens auf die Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler (Baumert & Kunter, 2011; Hill, Rowan & Loewenberg Ball, 2005). In einer Untersuchung in der Schweiz (Affolter, Hollenstein & Brühwiler, 2016) wurden bei angehenden Primarlehrpersonen an der Pädagogischen Hochschule St.Gallen das Fachwissen Mathematik und das fachdidaktische Wissen in Mathematik erhoben. Zusätzlich konnten vier Jahre später von 30 damals Studierenden die Leistungen ihrer Schülerinnen und Schüler (2. bis 6. Klasse) in Mathematik erfasst werden. Die Ergebnisse zeigen, dass höheres mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen während des Studiums zu einem grösseren Leistungszuwachs in Mathematik bei den später unterrichteten Schülerinnen und Schüler führte. Dabei war der Effekt des Fachwissens stärker als der Effekt des fachdidaktischen Wissens (Affolter, Hollenstein & Brühwiler, 2016). Sie stellten weiter fest, dass sich die absolvierte Vorbildung (gymnasiale Maturität versus nicht-gymnasiale Maturität) nicht auf das mathematische Fachwissen zu Beginn des Studiums auswirkte, aber auf dessen Entwicklung. Angehende Primarlehrpersonen mit einer gymnasialen Matur hatten am Ende der Ausbildung ein höheres mathematisches Fachwissen als diejenigen ohne gymnasialen Abschluss.

Insgesamt zeigen die Studien die Bedeutung des mathematischen Fachwissens von angehenden Lehrpersonen für die späteren mathematischen Leistungen der Schülerinnen und Schüler. Dabei wird allgemein davon ausgegangen, dass Lehrpersonen über ein höheres Fachwissen als das zu vermittelnde verfügen müssen: „Grundsätzlich soll jede Lehrperson in den Fächern, die sie unterrichtet [...], über ein fachbezogenes Wissen, das in Breite und Tiefe deutlich über den Horizont des später zu vermittelnden Unterrichtsstoffes hinausgeht, verfügen" (Reusser & Messner, 2002, S.285). In der vorliegenden Untersuchung interessiert deshalb, über welches mathematische Fachwissen Studierende einer Pädagogischen Hochschule der Schweiz zu Beginn ihres Studium verfügen. Dies ist insbesondere von Interesse, seit die Ausbildung zur Kindergarten- bzw. Primarschullehrperson auf Tertiärstufe angesiedelt ist und in der Ausbildung keine fachspezifischen Inhalte mehr vermittelt werden. Die fachlich orientierten Module der Ausbildung konzentrieren sich daher auf die Vermittlung von fachdidaktischen Inhalten. Es gibt nur wenige Forschungsarbeiten, die das mathematische Wissen von Studierenden an Pädagogischen Hochschulen untersuchten. Affolter et al. (2016) beispielsweise zeigten, dass das mathematische Fachwissen von angehenden

Primarlehrpersonen zu Studienbeginn an Pädagogischen Hochschulen über dem internationalen Mittelwert liegt. Unklar ist jedoch, wie stark ausgeprägt das mathematische Fachwissen von angehenden Primarlehrpersonen ist, das in der Mittel- und Oberstufe für die Bearbeitung von Aufgaben aus den Schulbüchern notwendig ist. Vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur Schliessung dieser Lücke, indem das mathematische Schulbuchwissen aus der Mittel- und Oberstufe bei den Studierenden im Studiengang Kindergarten- und Primarstufe zu Studienbeginn erhoben wurde.

2 Darstellung der Untersuchung

Im Folgenden wird zuerst die Fragestellung vorgestellt. Danach werden die Stichprobe und die Auswertungsmethoden beschrieben.

2.1 Fragestellung

Ausgehend von der Bedeutung des mathematischen Fachwissens für die mathematischen Leistungen der unterrichteten Schülerinnen und Schüler und dem damit verbundenen Interesse, über welches mathematische Schulbuchwissen der Mittel- und Oberstufe Studierende an Pädagogischen Hochschulen (Studiengang Kindergarten- und Primarstufe) zu Studienbeginn verfügen, stehen folgende zwei Fragen im Zentrum dieser Untersuchung:

1. Verfügen angehende Lehrpersonen des Kindergartens und der Primarschule über mathematisches Schulbuchwissen, welches in der Schweiz auf der Mittel- und Oberstufe gelehrt wird?
2. Können individuelle Faktoren (Geschlecht und Alter) oder die unterschiedliche Vorbildung Unterschiede in den Leistungen der Studierenden erklären?

2.2 Stichprobe

Insgesamt liegen Daten von 160 Studierenden des Studiengangs Kindergarten- und Primarstufe der Pädagogischen Hochschule St.Gallen vor. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Untersuchungsstichprobe.

Tabelle 1: Überblick Untersuchungsstichprobe

total	Geschlecht		Alter		Vorbildung			
	Frauen	Männer	zwischen 17 und 22	über 22	Gymnasiale Matur	Berufs-matur	Fachmittel-schule	andere
160	133	26	113	46	57	36	51	15

2.3 Erhebungsmethode

Es gibt kein bestehendes Testinstrument, das das mathematische Schulbuchwissen von Studierenden an Pädagogischen Hochschulen in Bezug auf Aufgabenstellungen aus der Mittel- und Oberstufe misst. Der Fragebogen wurde deshalb aus Aufgaben der im Kanton St.Gallen alternativ obligatorischen Lehrmittel «Schweizer Zahlenbuch 5 und 6» (Wittmann & Müller, 2009) und «Mathbuch 1 bis 3» (Affolter, Nydegger, Wälti & Wieland, 2015) konstruiert. Tabelle 2 gibt einen Überblick der ausgewählten Aufgaben mit Bezug zum Lehrplan des Kantons St.Gallens (D-EDK, 2017).

Tabelle 2: Überblick Fragebogen: ausgewählte Aufgaben mit Bezug zum Lehrplan Kt. SG

Kompetenzbereich	Kompetenz Lehrplan Kt. SG	Aufgaben 5. und 6. Klasse	Aufgaben 7. bis 9. Klasse
Zahl und Variable	Die Schülerinnen und Schüler können addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren und potenzieren	Zahlenbuch 5 S. 18,19 Multiplikation und Division grosser Zahlen	Mathbuch 3 S. 9 Multiplikation und Division von gebrochenen Zahlen
	Die Schülerinnen und Schüler können Terme vergleichen und umformen, Gleichungen lösen, Gesetze und Regeln anwenden.	Zahlenbuch 6 S. 89 Rechnen mit Regeln	Mathbuch 2 S. 27 Gleichung nach x auflösen
Form und Raum	Die Schülerinnen und Schüler können Längen, Flächen und Volumen bestimmen und berechnen.	Zahlenbuch 6 S. 45 Rauminhalte	Mathbuch 2 S. 63 Volumen
	Die Schülerinnen und Schüler können Figuren und Körper abbilden, zerlegen und zusammensetzen.	Zahlenbuch 5 S. 57 Körper aus Würfel	Mathbuch 1 S. 65 Punkt- und Achsensymmetrie
Grössen und Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler können Grössen schätzen, messen, umwandeln, runden und mit ihnen rechnen.	Zahlenbuch 5 S. 32,33 Masse umwandeln	Mathbuch 1 S. 56 Päckchen, Bruch, Dezimalzahl, Prozent
	Die Schülerinnen und Schüler können funktionale Zusammenhänge beschreiben und Funktionswerte bestimmen.	Zahlenbuch 5 S. 40 Preistabellen-Proportionalität	Mathbuch 2 S. 49 Rechentraining: Proportionalität

Insgesamt umfasst der Fragebogen 35 Aufgaben aus zwei Jahrgängen der Mittelstufe (5. und 6. Klasse) und der Oberstufe (1. bis 3. Klasse). Dabei wurden Aufgaben aus allen Kompetenzbereichen des Lehrplan Volksschule St.Gallen einbezogen. Da das mathematische Fachwissen im Zentrum stehen soll, wurden Aufgaben gewählt, die dem Handlungsaspekt

Operieren und Benennen zugeordnet werden können. Der Fragebogen umfasst 13 Aufgaben zu Zahl und Variable, 10 Aufgaben zu Form und Raum und 12 Aufgaben zu Grössen und Funktionen. Die Items konnten richtig (1 Punkt) oder falsch (0 Punkte) gelöst werden. Bei Items, die Teilaufgaben enthielten, konnte es halbe Punkte geben.

Die Reliabilität des Testes mit Cronbach's Alpha bei .78 war in Ordnung (Döring & Bortz, 2016). Der Item-Fit (Infit-MNSQ) wurde mit dem Raschmodell unter Zuhilfenahme der Statistiksoftware R *(*Project for Statistical Computing*,* Version 3.5.3) und dem Package ‚TAM' von Robitzsch, Kiefer und Wu (2017) bestimmt. Über die Mean-Square-Abweiungen (Infit-MNSQ) kann bestimmt weden, wie gut einzelne Aufgaben bzw. Indikatoren ins Modell passen[1]. Die Überprüfung der MNSQ-Werte der einzelnen Items zeigte, dass alle Items im Bereich zwischen 0.90 und 1.15 liegen und somit die Anforderungen sehr gut erfüllen (Bond & Fox, 2015). Entsprechend kann davon ausgegangen werden, dass die Lösungshäufigkeit der Items fast ausschliesslich aufgrund der Personenfähigkeit und der Itemschwierigkeit zustande gekommen ist. Mit dem Raschmodell wurde auch die Schwierigkeit der Items bestimmt und die Items wurden entsprechend nach ihrer Schwierigkeit geordnet. Diese bewegt sich zwischen -4.25 und 1.06 Logits (vgl. Tabelle 3). Nebst dem mathematischem Schulbuchwissen wurden demographische Daten zum Alter, Geschlecht und der schulischen Vorbildung erhoben.

2.4 Auswertungsmethoden

Zur Beantwortung der ersten Frage, ob angehende Lehrpersonen des Kindergartens und der Primarschule über mathematisches Schulbuchwissen der Mittel- und Oberstufe verfügen, wurden deskriptive Statistiken berechnet und dokumentiert. Insbesondere interessierte die Lösungshäufigkeit und Itemschwierigkeit einzelner Aufgaben sowie die Verteilung der Lösungshäufigkeit des Gesamttestes und der Aufgaben der Mittel- und der Oberstufe.

Um die Frage nach erklärenden Faktoren der Unterschiede zwischen den Studierenden zu beantworten, wurde mittels linearen Regressionsanalysen der Einfluss von Alter, Geschlecht, und Vorbildung untersucht. Die Vorbildung (Abschluss) wurde als Dummy-Variable kodiert.

3 Ergebnisse

Im Folgenden werden zuerst die Ergebnisse der deskriptiven Analysen (Fragestellung 1) und danach die Ergebnisse der Regressionsanalysen (Fragestellung 2) berichtet.

---

[1] Ein Wert von 1 bedeutet eine ideale Passung in das Messmodell. Werte über 1 indizieren für das jeweilige Item einen Mangel an Vorhersagbarkeit der Antworten aus dem Personenschätzwert, Werte unter 1 eine zu hohe Vorhersagbarkeit. Für den praktischen Umgang mit Infit-MNSQ-Werten werden unterschiedliche Toleranzgrenzen vorgeschlagen. Beispielsweise erachten Boone, Staver und Yale (2014) einen Bereich von 0.50 bis 1.50 als tolerierbar. Wilson (2005) empfiehlt als Grenzwerte 0.75 und 1.33. Bond und Fox (2015) befürworten für Multiple-Choice-Tests noch strengere Grenzwerte von 0.80 und 1.20.

3.1 Deskriptive Analysen (Lösungshäufigkeiten)

Abbildung 1 zeigt die Verteilung der Lösungshäufigkeit des Gesamttestes. Der Mittelwert der erreichten Punkte der Untersuchungsstichprobe (*N* = 160) beträgt *M* = 24.31 mit einer Standardabweichung von *SD* = 5.0, was auf eine grosse Streuung hinweist. Die erreichten Punktezahlen liegt zwischen 11.5 (Minimum) und 34 (Maximum) von 35 möglichen Punkten.

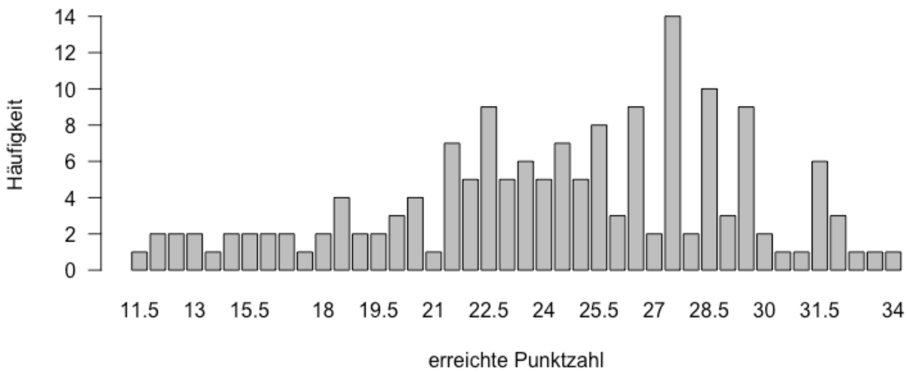
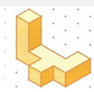


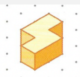
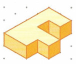
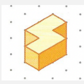
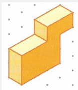
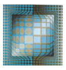
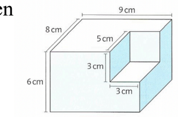
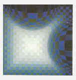
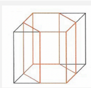
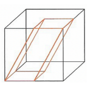
Abb. 1: Verteilung der Lösungshäufigkeit des Gesamttest

Die Ergebnisse zeigen, dass die Studierenden durchschnittlich rund 69% der Aufgaben richtig gelöst haben, wobei niemand das Maximum erreicht hat. Studierende mit der niedrigsten erreichten Punktzahl lösten knapp ein Drittel der Aufgaben richtig. Betrachtet man die Lösungshäufigkeit getrennt nach Aufgaben der Mittel- und Oberstufe zeigt sich, dass die Studierenden im Durchschnitt rund 77% der Aufgaben der Mittel- und 61% der Oberstufe richtig lösten.

Tabelle 3 gibt einen Überblick über die Itemschwierigkeit und die Lösungshäufigkeit einzelner Items. Zudem ist ersichtlich, aus welcher Klasse und aus welchem Kompetenzbereich die Aufgaben stammen.

Tabelle 3: Überblick Items, Itemschwierigkeit und Lösungshäufigkeit

Item	Schwierigkeits-Parameter	Klasse	Kompetenzbereich	Lösungs-Häufigkeit in %
525 m = *0.525* km	-4.26	5	Grössen und Funktionen	98.1
Symmetrie A: achsensymmetrisch, punktsymmetrisch oder keines von beiden?  *Achsen- und punktsymmetrisch (eine Antwort genügte für den Punkt)*	-3.72	7	Form und Raum	96.9
10 • 8 + 6 • 4 + 2 = *106*	-2.68	6	Zahl und Variable	91.9
$0.3 = \frac{3}{10} = 30\%$	-2.68	7	Grössen und Funktionen	91.9
Körper S  in Körper B erkennen: 	-2.59	5	Form und Raum	91.3

0.02 = $\frac{2}{100}$ = *2%*	-2.17	7	Grössen und Funktionen	87.5
35ml = *0.035* l	-1.89	5	Grössen und Funktionen	84.4
0.02 km = *0* km *20* m	-1.79	5	Grössen und Funktionen	83.1
1920 : 3 = *640*	-1.74	5	Zahl und Variable	82.5
3812 : 4 = *953*	-1.69	5	Zahl und Variable	81.9
Körper S  in Körper A erkennen: 	-1.69	5	Form und Raum	81.9
Körper S  in Körper C erkennen: 	-1.60	5	Form und Raum	80.6
0.006 m = *0.6* cm	-1.52	5	Grössen und Funktionen	79.4
4 Schoggiköpfe kosten 2.80 Fr. Wieviel kosten 9? *Fr. 6.30*	-1.43	5	Grössen und Funktionen	78.1
(48 –((24 + 12) : 6))) • 3 = *126*	-1.43	6	Zahl und Variable	78.1
48 – 24 + 12 : 6 • 3 = *30*	-1.39	6	Zahl und Variable	77.5
$(\frac{3}{2}) \bullet (\frac{2}{3})$ = *1*	-1.20	9	Zahl und Variable	74.4
Fahrzeit bei 60 km/h ist 60 min. Fahrzeit bei 20 km/h ist *180 min.*	-1.17	8	Grössen und Funktionen	73.8
9x + 12 = 3 (x – 2) x = *-3*	-0.93	8	Zahl und Variable	69.4
23 • 78 = *1794*	-0.89	5	Zahl und Variable	68.8
Symmetrie D: achsensymmetrisch, punktsymmetrisch oder keines von beiden?  *keines von beiden*	-0.83	7	Form und Raum	67.5
260 • 42 = *10'920*	-0.70	5	Zahl und Variable	65.0
Volumen von Körper berechnen 	-0.70	5	Form und Raum	65.0
Symmetrie B: achsensymmetrisch, punktsymmetrisch oder keines von beiden?  *punktsymmetrisch*	-0.70	7	Form und Raum	65.0
$(\frac{3}{8}) \bullet (\frac{3}{4}) = \frac{1}{2}$	-0.61	9	Zahl und Variable	63.1
Symmetrie C: achsensymmetrisch, punktsymmetrisch oder keines von beiden?  *achsensymmetrisch*	-0.58	7	Form und Raum	62.5
6 Eier kosten Fr. 3.60. Wie viele Eier bekommt man für 10 Fr.? *16*	-0.55	5	Grössen und Funktionen	61.9
2.3 g = *2* g *300* mg	-0.52	5	Grössen und Funktionen	61.3
0.075 = $\frac{75}{1000}$ = *7.5 %*	-0.34	7	Grössen und Funktionen	57.5
5x -12 = 7x : 2 x= *8*	-0.28	8	Zahl und Variable	56.3
3000 l 6cl 9ml = *3000.069* l	-0.14	5	Grössen und Funktionen	53.1
roten Körper berechnen A 	0.58	8	Form und Raum	37.5
roten Körper berechnen B 	0.77	8	Form und Raum	33.8
(-0.5) • (-0.15) = *0.075*	0.99	9	Zahl und Variable	29.4
4.2 : (-0.07) = *-60*	1.06	9	Zahl und Variable	28.1

Anmerkung: Die korrekte Lösung ist in kursiver und grauer Schrift notiert.

Über alle Kompetenzbereiche hinweg war das einfachste Item ein Item aus dem Kompetenzbereich Grössen und Messen zur Umwandelung von Metern in Kilometer, wobei sich keine Nullen an den Stellen direkt nach dem Komma ergeben (525 m = ___km). Diese Aufgabe wurde von 98.1% der Studierenden richtig gelöst. Das schwierigste Item war ein Item aus dem Bereich Zahl und Variable aus der neunten Klasse zur Division von Dezimalzahlen (4.2 : (-0.07) =___), wobei der Divisor eine negative Zahlen war mit einer Null an der direkten Nachkommastelle. Diese Aufgabe lösten knapp 30% der Studierenden richtig. Betrachtet man die Lösungshäufigkeit getrennt nach den Kompetenzbereichen zeigt sich folgendes Bild. Im Bereich Zahl und Variable wurden Aufgaben zum Rechnen mit Dezimalzahlen und negativen Zahlen am wenigsten ((-0.5) • (-0.15) =___ und 4.2 : (-0.07) =___) und eine Aufgabe zum Berechnen eines Terms in den natürlichen Zahlen am häufigsten richtig gelöst (10 • 8 + 6 • 4 + 2 =___). Im Kompetenzbereich Form und Raum wurden zwei Aufgaben zur Volumenberechnung von Körpern in einem Würfel (siehe Tabelle 3) am seltensten korrekt gelöst. Am häufigsten wurde eine Aufgabe zum Erkennen der Symmetrie einer Figur richtig gelöst, wobei die Figur sowohl achsen- als auch punktsymmetrisch war. Der Punkt wurde vergeben, wenn eine Art von Symmetrie angegeben wurde. Im Bereich Grössen und Funktionen wurden eine Aufgabe zur Umwandlung von Volumenmassen (3000 l 6cl 9ml = ___ l) mit Nullen an Nachkommastellen sowie Prozent- (0.075 = — = __ *%)* und Dreisatzrechnungen (6 Eier kosten Fr. 3.60. Wie viele Eier bekommt man für 10 Fr.?) am seltensten richtig gelöst, während die oben bereits erwähnte Aufgabe zur Umwandlung von km in m am häufigsten richtig gelöst wurde (525 m = ______ km).

3.2 Einflussfaktoren

Tabelle 4 zeigt die Ergebnisse der Regressionsanalysen.

Tabelle 4: Einfluss von Geschlecht, Alter und Vorbildung auf das mathematische Schulbuchwissen

Variablen	***B***	***SE***	*t*	***p***
Geschlecht	1.36	1.43	1.26	.210
Alter	-2.98	1.13	-2.64	.009**
Vorbildung				
- Berufsmaturität	0.85	1.18	0.73	.469
- Fachhochschule	-1.29	0.95	-1.37	.174
- andere	0.49	1.63	0.30	.765

Anmerkung: Referenzgrösse zur Vorbildung sind Studierende mit einer abgeschlossenen gymnasialen Matura

$R^2 = 0.06$ ($N = 153$, $p = 0.09$)

Von den eingeführten Prädiktoren konnten weder das Geschlecht noch die Vorbildung Unterschiede in den Leistungen der Studierenden erklären. Nur das Alter erwies sich als signifikant ($B = -2.98$, $SE = 1.13$, $p = .009$). Studierende über 22 Jahre hatten im Durchschnitt ein kleineres mathematisches Schulbuchwissen als ihre Mitstudierenden zwischen 17 und 22 Jahren.

4 Diskussion der Ergebnisse

Die Ergebnisse zeigen insgesamt, dass die Studierenden durchschnittlich 69% der Aufgaben richtig, aber auch 31% der Aufgaben nicht oder falsch lösten. Keiner der drei Kompetenzbereiche (Zahl und Variable, Form und Raum, Grössen und Funktionen) erwies sich als schwieriger oder einfacher. In allen Bereichen gab es Aufgaben, die schwieriger bzw. einfacher zu lösen waren. Die Differenzierung zeigt sich eher in der Komplexität der Aufgabe: Je höher die Anforderungen der Aufgabe waren, desto schwieriger war die Aufgabe zu lösen (vgl. Tabelle 3). So weisen beispielweise die Aufgaben aus dem Kompetenzbereich Zahl und Variable, die für die Studierenden am schwierigsten waren, zusätzlich zu den Dezimalzahlen noch negative Zahlen oder Nullen an direkten Nachkommastellen auf. Die Nullen an direkten Nachkommastellen finden sich auch an der schwierigsten Aufgabe aus dem Kompetenzbereich Grössen und Messen wieder. Dass eine Aufgabe zur Umwandlung von Grössen ohne Nullen an Nachkommastellen am besten gelöst wurde, könnte ein Hinweis darauf sein, dass u.a. dieser Aspekt Schwierigkeiten bereitet hat. Das müsste in weiteren, v.a. qualitativen Analysen, herausgearbeitet werden. Im Bereich Form und Raum erwiesen sich Berechungen von in einem Würfel liegenden Körpern als schwierige Aufgaben. Diese Aufgaben könnten im Hinblick auf räumliches Vorstellungsvermögen für die Studierenden anspruchsvoll gewesen sein. Zudem müssen die Längen der Grundseiten erst berechnet werden, um dann eine Formel anwenden zu können. Allerdings wurde auch die weniger komplexe Aufgabe zum Berechnen eines Körpervolumen nur zu 65% korrekt gelöst, was darauf hindeuten kann, dass die Formel zur Volumenberechnung nicht mehr bekannt war (vgl. Tabelle 3).

Die Komplexität der Aufgabe als Merkmal für die Schwierigkeit bildet sich auch darin ab, dass tendenziell die Aufgaben aus der Oberstufe für die Studierenden schwieriger und die Aufgaben der Mittelstufe einfacher zu lösen waren. Trotzdem lösten aber auch fast ein Viertel der Studierenden Aufgaben aus der Mittelstufe falsch. Eine mögliche Ursache könnte darin liegen, dass diese Inhalte bereits lange zurück liegen und wieder vergessen wurden (s.u.). Diese mathematischen Inhalte werden die Studierenden jedoch später bei ihren Schülerinnen und Schülern unterrichten müssen. Für die Ausbildung bedeutet dieser Befund, dass nicht per se davon ausgegangen werden kann, dass die Studierenden über das Fachwissen, dass sie später unterrichten werden, verfügen. Insgesamt weisen die Ergebnisse darauf hin dass Lehrpersonen nicht per se über ein deutlich höheres Fachwissen als das zu vermittelnde verfügen (vgl. Reusser & Messner, 2002).

Die grossen Unterschiede in den Leistungen der Studierenden konnten nicht mit der Vorbildung erklärt werden. Auch in der Untersuchung von Affolter et al. (2016) zeigten sich zu Beginn des Studiums keine Unterschiede im mathematischen Fachwissen zwischen Studierenden mit gymnasialer Matur versus nicht-gymnasialer Matur. Auch hatte das Geschlecht keinen Einfluss auf die Unterschiede in den Leistungen der Studierenden. Allerdings ist dieses Ergebnis wegen der verhältnissmässig geringen Anzahl von männlichen Studierenden mit Vorsicht zu interpretieren. Das Alter hingegen vermochte Unterschiede in den Leistungen der Studierenden erklären. Jüngere Studierende verfügten über ein höheres mathematisches Schulbuchwissen als Studierende über 22 Jahre. Eine mögliche Erklärung ist, dass das mathematische Schulbuchwissen mit einem Effekt des Vergessens verbunden ist. In diesem Fall liegt die Annahme nahe, dass das Lösen von Aufgaben in der Mittel- und Oberstufe zwar gelernt und angewendet wurde, die Studierenden damals aber kein vertieftes mathematisches Verständnis der Aufgabe erwarben. Wird dann der Lösungsweg (das Rezept) vergessen, gibt es keine Möglichkeit, die Aufgabe mit Hilfe von mathematischem Wissen über Beziehungen, Zusammenhänge und Gesetzmässigkeiten zu lösen. Eine weitere Erklärung für das bessere Abschneiden der jüngeren Studierenden könnte aber auch darin liegen, dass in der Lehre der Pädagogischen Hochschulen in den letzten Jahren aufgrund internationaler fachdidaktischer Diskussionen vermehrt die Bedeutung eines verstehensorientierten Mathematikunterrichts vermittelt wurde und deshalb die jüngeren Studierenden in ihrer eigenen Primar- und Sekundarschulzeit bereits von diesem Ansatz profitieren konnten. Es wären weitere Untersuchungen notwendig, um einen der Erklärungsansätze zu verifizieren.

Insgesamt verdeutlicht die vorliegende Untersuchung, dass die Pädagogischen Hochschulen nicht per se davon ausgehen können, dass alle Studierenden über das mathematische Schulbuchwissen, das sie später unterrichten, selbst verfügen und die Schulbuchaufgaben selbst korrekt bearbeiten können. Dies ist höchst problematisch, da sie, wenn sie selbst nicht über das dafür notwendige mathematische Verständnis verfügen, ihre Schülerinnen und Schüler auch kaum fachlich unterstützen können. Dieser Umstand ist in der Lehre an den Pädagogischen Hochschulen zu berücksichtigen. Um den Studierenden ein fachbezogenes Wissen zu den mathematischen Inhalten, die sie später unterrichten werden, zu ermöglichen, müssen in der Mathematikdidaktik nicht nur fachdidaktische Fragestellungen behandelt, sondern auch mathematische Inhalte aufgearbeitet werden. Im Hinblick auf die erwähnten Zusammenhänge von mathemtischem Fachwissen von Lehrpersonen und mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler (Affolter et al., 2016) scheinen diese Forderungen notwendig zu sein.

5 Limitationen

Die Stichprobe in vorliegender Untersuchung ist nicht repräsentativ. Es handelte sich erstens nicht um eine Vollerhebung aller Studierenden der Pädagogischen Hochschule St.Gallen, da aus ökonomischen Gründen nur sechs von zehn Lerngruppen befragt wurden. Zweitens könnten sich durch den Einbezug von Studierenden anderer Pädagogischer Hochschulen im In- und Ausland regional bedingt unterschiedliche Ergebnisse einstellen.

Eine weitere Limitation betrifft das Testinstrument. Die Auswahl der Aufgaben aus den Lehrmitteln erfolgte zwar unter Berücksichtigung der verschiedenen Kompetenzbereiche und verschiedener Klassenstufen. Es wurden jedoch nur Aufgaben aus dem Handlungsbereich Operieren und Benennen einbezogen. Im Zentrum der beiden nicht berücksichtigten Handlungsaspekte stehen das Erforschen und Argumentieren sowie das Mathematisieren und Darstellen. Das sind Kompetenzen, die in einem Fragebogen kaum valide erfasst werden können. Entsprechend wären ein anderes Untersuchungsdesign und andere Auswertungen, insbesondere qualitative Verfahren zum Erheben der Vorgehensweisen, notwendig, um ein breiteres Verständnis über das mathematische Schulbuchwissen von Studierenden zu erlangen.

Literaturverzeichnis

Affolter, B., Hollenstein, L. & Brühwiler, Ch. (2016). Entwicklung und Wirkung professioneller Kompetenzbereiche von Lehrpersonen. *Journal für LehrerInnenbildung*, (4), 28–34.

Affolter, W., Nydegger, A., Wälti, B. & Wieland, G. (2015). *Mathbuch: Mathematik für die Sekundarstufe I.* (1. Auflage, 2. korrigierter Nachdruck). Bern: Schulverlag plus AG.

Baumert, J. & Kunter, M. (2011). Das mathematikspezifische Wissen von Lehrkräften, kognitive Aktivierung im Unterricht und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern. In M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 163–192; Von M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann & S. Krauss). Münster: Waxmann.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (2011). Professionelle Kompetenz von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Unterricht und die mathematische Kompetenz von Schülerinnen und Schüler (COACTIV) - Ein Forschungsprogramm. In M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 7–25; Von J. Baumert, M. Kunter, W. Blum, U. Klusmann & S. Krauss). Münster: Waxmann.

Bond, T. G. & Fox, C. M. (2015). *Applying the Rasch model: fundamental measurement in the human sciences* (3. Aufl.). New York, London: Routledge, Taylor and Francis Group

Boone, W., Staver, J. R. & Yale, M. S. (2013). *Rasch analysis in the human sciences*. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg.

Darling-Hammond, L., Holtzman, D. J., Gatlin, S. J. & Vasquez Heilig, J. (2005). Does Teacher Preparation Matter? Evidence about Teacher Certification, Teach for America, and Teacher Effectiveness. *education policy analysis archives*, *13*, 42. https://doi.org/10.14507/epaa.v13n42.2005

Döring, N. & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (5. Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer.

EDK (2017): Kanton St.Gallen Lehrplan Volksschule. Online unter: https://sg.lehrplan.ch (16.8.19)

Hanushek, E., Piopiunik, M. & Wiederhold, S. (2014). *The Value of Smarter Teachers: International Evidence on Teacher Cognitive Skills and Student Performance*. https://doi.org/10.3386/w20727

Hill, H. C., Rowan, B. & Loewenberg Ball, D. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, *42*(2), 371–406.

Reusser, K. & Messner, H. (2002). Das Curriculum der Lehrerinnen- und Lehrerbildung - ein vernachläössigtes Thema. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, *20*(3), 282–299.

Robitzsch, A., Kiefer, T., & Wu, M. (2017). *Package TAM, Test Analysis Modules*.

Wilson, M. (2005). *Constructing measures: an item response modeling approach*. Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.

Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2009). *Schweizer Zahlenbuch* (1. Auflage, 1. unveränderter Nachdruck). Zug: Klett und Balmer.