

# FACETTEN DER QUANTENPHYSIK

ERGÄNZUNG FÜR MINT-INTERESSIERTE

VON HANS PETER DREYER



ψ ψ ψ ψ ψ    WARNUNG VOR NEBENWIRKUNGEN    ψ ψ ψ ψ ψ

Das Lernen von Quantenphysik kann Ihre Wahrnehmung der Umgebung und Ihr Verständnis für die Welt umfassend und dauernd verändern!



Universität  
Zürich<sup>UZH</sup>

Version 5.0 – August 2020



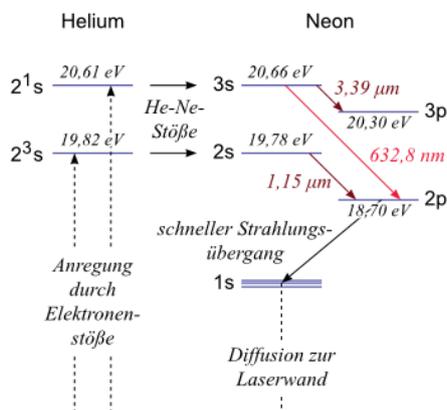
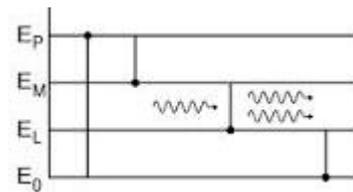
## Quantenoptik light

In der Quantenoptik geht es um Photonen, wie sie im Laser auftreten. Feynmans ‚seltsame Theorie des Lichts‘ beschreibt dieses ‚nichtklassische Licht‘ mit abstrakten Zustandsfunktionen und anschaulichen Diagrammen, in denen das Vakuum nicht nichts, sondern voll von Licht ist.

### I.1) Laser = Licht für Chirurgen und für Quanten-Mechaniker

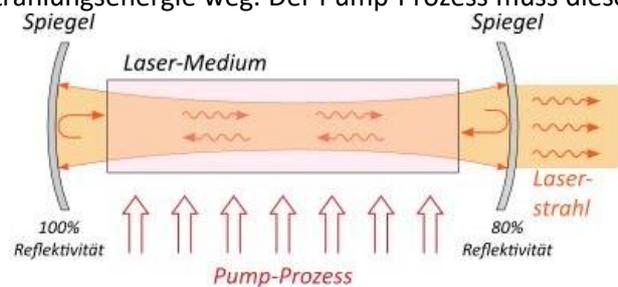
Die Besonderheiten von Laserlicht und die vielen Anwendungen sind in 1.6 skizziert worden. Analog zum Kunstwort «Laser» gibt es das Kunstwort. MASER = **M**icrowave **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation. Bevor man nämlich vor 50 Jahren den Laser hat in Betrieb nehmen können, realisierte man technisch die stimulierte Emission bei Mikrowellenstrahlung im cm-Bereich. Maser werden in Atomuhren benützt.

Zum Laser-Prinzip: Im gasförmigen oder festen Laser-Medium hat es Atome, die durch die Lichtquanten aus dem Pump-Prozess vom Energieniveau  $E_0$  in einen angeregten Zustand  $E_P$  gebracht werden (→ Kapitel 2). Erste Atome geben ihren Energieüberschuss **spontan** ab, oft in mehreren Schritten. Von  $E_P$  nach  $E_M$  entsteht deshalb meist kein sichtbares Licht. Beim Übergang zwischen den Laserniveaus  $E_M$  und  $E_L$  entstehen Lichtquanten mit der Frequenz  $E_M - E_L = hf$ . Dieses Licht pendelt im



Lasermedium zwischen zwei Spiegeln hin und her, wenn es in der richtigen Richtung gestartet ist. Sonst trägt es zum Verlust bei. Dabei regt es andere Atome an, ihre Überschussenergie ebenfalls abzustrahlen: **stimulierte Emission**, «angeregte Aussendung». Im Schema ist das Energieniveauschema des helium-Neon-Lasers genau dargestellt. Angeregtes Helium dient zum Pumpen. Das rote Licht des Lasers entsteht durch den Übergang vom 20.66 eV-Niveau auf das 18.70 eV-Niveau der gepumpten Neon-Atome. Zwei konkurrierende, unerwünschte Übergänge im IR sind ebenso eingezeichnet wie Energieverluste durch andere Prozesse.

Einer der beiden Spiegel, zwischen denen das Laserlicht hin- und herpendelt, reflektiert weniger als 100%. Bei diesem so genannten Austrittsfenster tritt ein Teil des Lichts als Laserstrahl aus und transportiert Strahlungsenergie weg. Der Pump-Prozess muss diese Energie laufend nachliefern und zusätzlich die Verluste kompensieren, die sich durch die Sprünge von  $E_P$  nach  $E_M$  und von  $E_L$  nach  $E_0$  ergeben.



Scharen von Ingenieuren und Forschern haben den Laser seit der Erfindung in sehr vielen verschiedenen Lasermedien und Pump-Prozessen für den Spektralbereich vom fernen IR über das UV bis in den Röntgenbereich verbessert. 2018 gab es dafür Nobelpreise. Bekanntlich hat Albert Einstein spontane und stimulierte Emission schon 1916 untersucht, natürlich ohne den technischen Nutzen vorausahnen zu können.

Laserlicht ist nicht nur gebündelt und einfarbig (monochromatisch), es ist auch noch **kohärent**. Das Wort stammt aus dem Lateinischen und bedeutet «zusammenhängend». Im Laser entsteht kohärentes Licht, weil die stimulierten Lichtquanten im Takt mit den stimulierenden schwingen. So entstehen Wellenzüge mit einer Länge von  $10^6 \cdot \lambda$ , also einigen Dezimetern. Diese Eigenschaft machen Laser für **Holographie** (ganzheitliche, dreidimensionale Erfassung von Objekten) unentbehrlich.

Aus der Figur oben wird nicht deutlich, dass das Laserlicht nur dann zwischen den Spiegeln hin- und herpendelt, wenn es sich **konstruktiv überlagert**. Im Raum zwischen den Spiegeln schwingt die elektromagnetische Strahlung ebenso hin und her wie eine Anregung auf einem Seil. Der Abstand zwischen den beiden Spiegeln muss ein ganzzahliges Vielfaches von  $\lambda$  sein, damit konstruktive und nicht destruktive Interferenz entsteht. Dieser Raum des Laser-Mediums bildet einen **Resonator**,

dessen Geometrie sehr wichtig ist. Erneut wird der *Wellenaspekt* des Lichts deutlich. Durch die stimulierte Emission, die auf den *Teilchenaspekt* des Lichts weist, laufen mehr und mehr Lichtquanten mit Lichtgeschwindigkeit im Resonator hin und her, je nach Laser vielleicht  $10^{10}$  Quanten. - Der Laser-Resonator gibt Anlass dazu, das Quantenobjekt «Licht» oder allgemeiner die elektromagnetische Strahlung in der Quantenoptik genauer zu untersuchen.

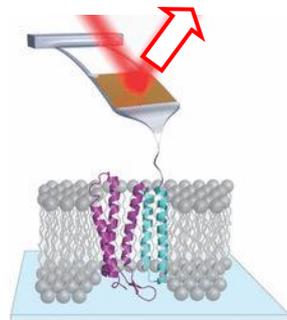
**I.2) Compton Effekt: Von den Lichtquanten zu den Photonen**

1916 beschäftigt sich Albert Einstein mit der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie und untersucht die stimulierte Emission. Wenn ein Atom Energie  $E$  aussendet, muss ein Rückstoss auftreten, sagt er sich. Damit entdeckt er den für den Teilchenaspekt des Lichts wichtigen Sachverhalt, dass die Lichtquanten einen Impuls mit sich tragen, also nicht bloss *Energiequanten*, sondern auch *Impulsquanten* sind. Er schreibt seinem Freund Michele Besso: *Es ist mir ein prächtiges Licht über die Absorption und Emission der Strahlung aufgegangen. In einem Elementarprozess (...) wird stets der Impuls  $hf/c$  auf das Molekül übertragen, und zwar bei Energieaufnahme in der Fortpflanzungsrichtung des Lichtbündels, bei der Energieabgabe in der entgegengesetzten Richtung.*

Albert Einstein 1916: ***In einem Elementarprozess überträgt die Strahlung den Impuls quantisiert.***  
 Der ***Impuls*** eines Lichtquants der Frequenz  $f$  beträgt:  **$p = E/c = hf/c$  (1.3)**

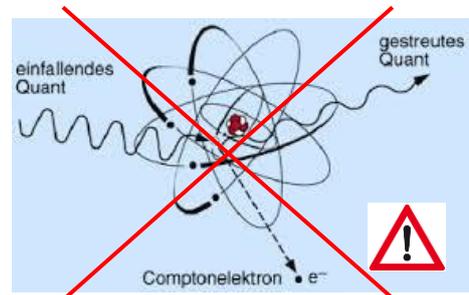
Wenn also pro Zeiteinheit  $\Delta N/\Delta t$  Lichtquanten an einem Spiegel senkrecht und vollkommen elastisch, d. h. ohne Energieabgabe zurückgeworfen werden, gibt das eine Impulsänderung  
 - Impulsübertrag  $\Delta p/\Delta t = \Delta N/\Delta t \cdot 2hf/c$ . Das bedeutet eine Rückstosskraft von  $F_R = \Delta N/\Delta t \cdot 2hf/c$ .  
 - Bequem messbar ist die Leistung  $P = \Delta E/\Delta t = \Delta Nhf/\Delta t$ . Damit wird die Rückstosskraft:  $F_R = 2P/c$ .  
 Die Lichtleistung  $P$  strömt auf eine gewisse Fläche  $A$  mit der Intensität  $I = P/A$ . Beispielsweise erreicht Sonnenlicht auf dem Erdboden eine Intensität von  $1 \text{ kW/m}^2$ . Wenn es absorbiert wird, wird sowohl die Energie als auch der Impuls auf die Erde übertragen. Das gibt einen **Strahlungsdruck** von  $p = F/A = P/cA$  oder numerisch  $1 \text{ kW} / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ m}^2) = 3.3 \text{ } \mu\text{Pa}$ . Dieser Druck bewirkt zusammen mit dem Sonnenwind die Ablenkung des Schweifs von Kometen. Bei den grossen Solarpanels von Satelliten macht er Bahnkorrekturen notwendig.

In der klassischen Physik, die nur den Wellenaspekt und die elektromagnetischen Feldstärken berücksichtigt, berechnet man den gleichen Wert für den Strahlungsdruck. Wenn sich Licht wie in der klassischen Optik bewegt, wenn es ein *freies* Quantenobjekt ist, macht sich sein Teilchenaspekt nicht bemerkbar. Das gilt sogar noch in den molekularen Dimensionen. Im Bild nebenan ist die Spitze eines **Raster-Kraft-Mikroskops** dargestellt. Sie ist an einem biegsamen Arm befestigt und tastet zeilenweise die Oberfläche mit ab. Es gelingt, sie an ein Protein zu koppeln und zu ziehen. Der rote Laserstrahl erlaubt die Position der Spitze atomgenau zu bestimmen. Das ist noch kein Elementarprozess im Sinne Einsteins! Beim Compton-Effekt ist dies aber anders. Mathematisches zum Compton-Effekt in I.8).



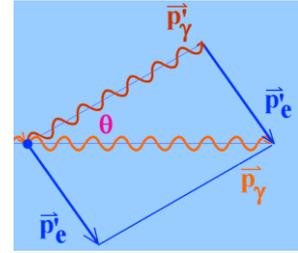
**Arthur Holly Compton (1892-1962)** findet 1922, dass gestreute, abgelenkte Röntgenstrahlung mit wachsendem Ablenkungswinkel umso weicher wird. Diesen Compton-Effekt kann er mit dem Lichtquantenimpuls vollkommen erklären, was ihm den Nobelpreis einbringt.

Im «erweiterten-Bohr-Modell»-Bild unten fällt von links ein Röntgen-Quant mit dem Impuls  $p_\gamma$  auf ein Atom. Dort trifft es auf eines der Hüllen-Elektronen. Durch den **Compton-Effekt**, einen Elementarprozess im Sinne Einsteins, wird es in eine andere Richtung gestreut und besitzt nachher den Impuls  $p'_\gamma$  und weniger Energie. Das Elektron erhält kinetische Energie und einen Impuls  $p_{e'}$ . Es entfernt sich als Compton-Elektron vom Atom. Das Bild nebenan ist viel **zu anschaulich, um wahr zu sein!** Die Elektronen sind keine Kügelchen und bewegen sich nicht auf Planetenbahnen. Der Kern ist ebenso flauschig wie die Hülle. Vor allem ist **das Röntgenlicht ein Quanten-**



**objekt** und zeigt sowohl Teilchen- als auch Wellenaspekt. Diesem Sachverhalt ist bei der Analyse des Compton-Effekts Rechnung zu tragen!

Rechts ist der Compton-Effekt viel abstrakter dargestellt. Die Impulserhaltung, die dem **Impulsparallelogramm** zugrunde liegt, gilt auch hier. Der Impuls vor dem Prozess ist der des einfallenden Quants.  $p_\gamma$  ist verschoben als Diagonale gezeichnet. Beim Prozess wird er vektoriell aufgeteilt. Das gestreute Quant erhält  $p'_\gamma$ , das wegfliegende Elektron  $p'_e$ . Der Impuls  $p'_\gamma$  wird mit wachsendem Winkel  $\vartheta$  kleiner und ist immer kleiner als  $p_\gamma$ . Wegen  $p'_\gamma = E'/c = hf'/c$  ist die gestreute Strahlung energieärmer, also «weicher» als die einfallende. Eine vollständige Berechnung setzt Kenntnisse aus der Relativitätstheorie voraus. Sie stimmt mit den Experimenten bestens überein. Der Compton-Effekt überzeugte die Skeptiker von der Existenz der Lichtquanten. Quantitatives dazu in MINT I.9.



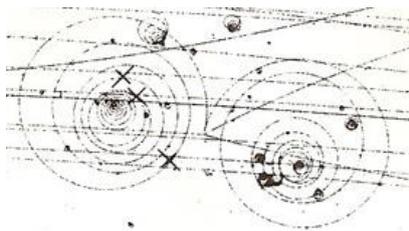
Der Chemiker G. N. Lewis nahm einen früheren Vorschlag auf und taufte das Lichtquant um auf den Namen **Photon**. Die elektromagnetische Strahlung z. B. im Laser-Resonator ist ein Kollektiv von  $n$  Photonen, die dort als Wellenpakete hin und her sausen. Durch Pumpen werden neue erzeugt, mit dem Laserstrahl «verloren»;  $n$  ist nicht konstant.

Das Photon ist kein Wellenpaket, wie im Bild rechts. Es hätte dann ein ganzes Bündel von Wellenlängen und Frequenzspektrum! Sondern es gilt folgende Definition:

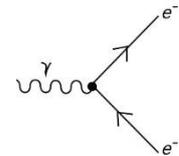


**Ein Photon ist ein Zustand des ganzen elektromagnetischen Felds mit der Teilchen-Quantenzahl 1, mit einer Frequenz  $f$ , der Energie  $hf$ , dem Impuls  $hf/c$  und einer Polarisationsrichtung. Das Photon ist kein gewöhnliches Teilchen mit Masse und Durchmesser sondern ein Quantenobjekt.**

**1.3) Das Photon in der Hochenergiephysik**



Der Teilchenaspekt ist nicht für alle Arten von elektromagnetischer Strahlung gleich gut nachweisbar. Schon Philipp Lenard hat herausgefunden, dass mit UV geht, was mit sichtbarem Licht nicht geht. Lichtquanten sind für den Mikrowellenofen und die Radioantenne bedeutungslos. Je höher aber die



Energie eines Lichtquants, je kürzer die Wellenlänge der Strahlung, umso deutlicher wird der Teilchenaspekt. Die Natur liefert solche Quanten in den Gammablitzten, die ausgesandt werden, wenn ein sehr massenreicher Stern zu einem Schwarzen Loch kollabiert. Die Beschleuniger der Hochenergiephysiker liefern künstliche Lichtquanten, deren Teilchenaspekt offensichtlich ist und die deshalb auch «Photonen» genannt werden.

Im Bild links verwandelt sich ein Photon in zwei gleich schwere, aber entgegengesetzt geladene Objekte: ein Elektron und ein Antielektron. Ihre Spuren in der Nebelkammer sind spiralförmig, weil sie vom Magnetfeld abgelenkt werden und weil sie laufend Energie verlieren. Rechts ist das Schema dazu. Es gelten Einsteins Gleichungen:  $hf = E = mc^2$ . Dabei steht  $m$  für zwei Elektronenmassen.  $E$  beträgt mindestens 1022 keV. Elementar-Teilchen(!)-Physiker können derartige Stossprozesse mit dem Teilchenmodell des Lichts gut erklären. Deshalb sehen sie das Quantenobjekt  $\gamma$  einseitig bloss als Teilchen.

**1.4) Kohärenter Zustand des Lichts - kohärentes Licht - Qubit**

Die Experimente mit den einzelnen, freien Lichtquanten beginnen im Laser-Resonator, wo viele Lichtquanten zwischen den beiden Spiegeln eingebunden sind und dank stimulierter Emission «im Takt» - phasengleich, gleichzeitige Maxima und Minima - schwingen und einen **kohärenten Zustand** bilden. Das ist der Unterschied zum Mikrowellengerät. Die  $10^{20}$  Mikrowellenquanten, die bei voller Leistung pro Sekunde hineingepumpt werden, bilden keinen kohärenten Zustand. Im Innern des Ofens hat es zwar spiegelnde Wände, aber sonst nur Heidelbeeren ohne die geeigneten Atome, die in einen angeregten Zustand gepumpt werden könnten.

Was aus dem Resonator des Lasers herauskommt und frei wegfliegt, bezeichnet man verkürzt als **kohärentes Licht**. Der 1-Photon-Zustand gibt  $\psi_1$ , mit dem wir in den Experimenten gearbeitet haben,

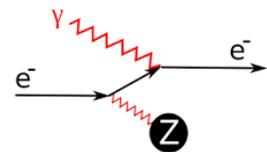
ist ein kohärenter Zustand mit Teilchenzahl 1, der im «speziellen Kristall» präpariert worden ist. Nach dem Russen Vladimir Fock (1898-1974) heisst er auch Fock-Zustand oder **Qubit** (Quantum-Bit). Die in Genf beheimatete Firma CIDO verdient mit Zufall Geld. Sie stellt Geräte her, die als Standards für den Test von Zufallszahl-Erzeugern gelten. Die in Casino-Automaten eingesetzte Elektronik kann bloss Pseudo-Zufallszahlen erzeugen, weil sie auf einem Algorithmus beruht. Die CIDO-Geräte hingegen arbeiten mit Strahlteilern und dem Zufall, der die Grundlage der Quantenphysik ist. Hinter dem Strahlteiler gibt es in einer Richtung keines (0) oder ein (1) Photon. Im Verlaufe der Zeit erzeugt das Gerät eine lange Binärzahl 1101000010110..., die ins Zehnersystem umgerechnet werden kann. Obwohl die Photonen sich vollkommen zufällig verhalten, muss das Gerät laufend mit verschiedenen mathematischen Methoden kontrolliert werden, denn die Spiegeljustierung könnte ändern usw.

**I.5) Feynmans «seltsame Theorie des Lichts» - Schnuppern an der Quantenelektrodynamik QED**

Die *Quantenelektrodynamik* ist die umfassende Beschreibung des Verhaltens von elektromagnetischer Strahlung mit ihrem Teilchen- und ihrem Wellenaspekt. Schon die frühen Quantenphysiker legten Bausteine zur Quantisierung des elektromagnetischen Felds. Neben Einstein und de Broglie waren es in den «goldenen Zwanzigerjahren» Pauli, Dirac, Heisenberg und andere. Weil die Strahlung stets mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs ist, muss die QED der Relativitätstheorie gehorchen, im Unterschied zur *Quantenmechanik* der Atomelektronen. Abgeschlossen wurde die QED erst nach dem zweiten Weltkrieg durch Hans Bethe, Julian Schwinger, Freeman Dyson und Richard P. Feynman.

Die QED benützt die klassischen Gesetze, wie das Coulomb-Gesetz. Wenn aber zwei Punkte des Feldes, das quantisiert wird, sehr nahe beieinander sind, wird die elektrische Feldstärke riesig. Damit ist eine Energie verbunden, die ebenfalls ins Grenzenlose wächst. Solche unendlichen Werte haben den Erfindern der QED lange Zeit Sorgen bereitet. Mit neuartigen mathematischen Methoden konnten sie das Problem lösen. Doch das ist für die Hochschulmathematik ...

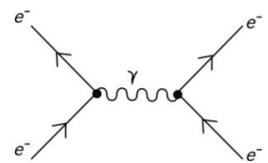
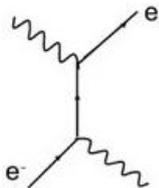
Als Hilfe für die schwierigen Berechnungen der QED in konkreten Fällen hat Feynman ein Hilfsmittel eingeführt, die **Feynman-Graphen**. Er erläutert sie im Buch *QED: The Strange Theory of Light and Matter*, das sich an eine breite Öffentlichkeit richtet. Wir haben einen Feynman-Graphen schon im Kapitel 1 beim Photoeffekt benutzt, ohne den Fachausdruck zu erwähnen. Das grosse  $\gamma$  mit Wellenlinie ist das Symbol für das einfallende Photon. Das  $e^-$  mit Pfeil repräsentiert das Elektron, das ursprünglich mit der Coulomb-Kraft an den Atomkern mit der Kernladung  $Z$  gebunden. Ein weiteres Photon (Wellenlinie) repräsentiert die Coulomb-Kraft. Beim Photoeffekt überträgt das Photon seine Energie auf das Elektron. Beim äusseren Photoeffekt fliegt dieses weg, beim inneren Photoeffekt bleibt es mit seiner Zusatzenergie im Innern.



In der Fotovoltaik treibt die Zusatzenergie den elektrischen Stromkreis an. Im grünen Blatt bewirkt die Zusatzenergie chemische Veränderungen. In allen Fällen wird der Impuls des Lichtquants vom getroffenen Objekt auf die Erde übertragen.

Der Graph links ist ein Feynman-Graph für den Compton-Effekt. Er ist im Vergleich zum Abschnitt 3.2 noch stärker abstrahiert: Die Quantenobjekte werden nicht mehr durch verschiedene Wellenlängen und Richtungen mit den Verhältnissen im Experiment verknüpft. Ebenso wenig zeigen die Längen der Linien an, wie gross die Geschwindigkeiten des Elektrons vor und nach diesem Elementarprozess sind und welche Richtungen sie aufweisen.

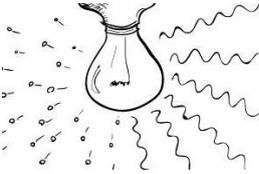
Der Graph rechts gehört zum Experiment, bei dem man mit Elektronen auf Elektronen schießt. Das  $\gamma$  stellt hier die elektrische Abstossung zwischen den beiden gleichnamigen Ladungen dar.



*Die Symbole der Feynman-Graphen machen den Teilchen- und den Wellenaspekt von Elektronen und Lichtquanten nur in einem beschränkten Umfang deutlich.*

Die Frage «Was ist Licht?» haben wir im Kapitel 1 nur ausweichend und mit einem Hinweis auf die QED beantwortet. Die Feynman-Diagramme geben keine Antwort. Doch ausgehend von der Definition des Photons können wir tiefer in die QED eindringen:

In der Quantenphysik wird der Zustand eines Quantenobjekts mathematisch durch eine **Zustandsfunktion  $\psi$**  erfasst. Die Zustandsfunktion eines Photons hängt ab von seiner Frequenz respektive seiner Wellenlänge, der Ausbreitungsrichtung und der Polarisation. Wir machen uns das Leben einfach und schreiben dafür bloss  $\psi_1$ , weil uns wichtig ist, dass die Teilchenzahl 1 ist. Es leuchtet ein, dass ein energiereicheres Feld zwei oder mehr Photonen enthalten kann:  $\psi_2, \psi_3$  usw. Besonders bemerkenswert ist, dass es auch einen Feldzustand ohne Photonen gibt  $\psi_0$ . Im Normalfall ist das elektromagnetische Feld eines Laserstrahls aus allen möglichen Feldzuständen zusammengesetzt. Mathematisch bedeutet diese Zusammensetzung oder Überlagerung eine Summe.



Licht ist ein Zustand des elektromagnetischen Felds mit folgender Zustandsfunktion:

$$\psi_{\text{Licht}} = a\psi_0 + b\psi_1 + c\psi_3 + \dots$$

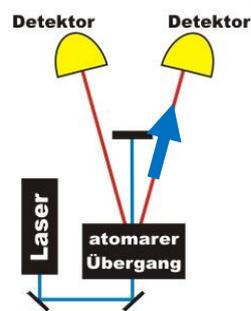
Die Faktoren  $a, b, c \dots$  beschreiben die Entstehungsgeschichte des Strahls. Die „Halbe-Halbe-Lampe“ aus Kapitel 1 ist offenbar kein gutes Bild für das Wesen des Lichts. Eine Glühlampe liefert ein Farbenrespektive Wellenlängengemisch. Und ein monochromatischer Laserstrahl ist nicht einfach ein Strom von einzelnen, voneinander unabhängigen „Photonen-Teilchen“. Der Zustand des Strahls samt seinen Photonen dehnt sich in den ganzen Raum aus.

Das **Vakuum** ist nach der QED kein leerer Raum, kein Nichts mit  $\psi_{\text{Vakuum}} = 0$ , sondern es gilt auch hier  $\psi_{\text{Vakuum}} = a\psi_0 + b\psi_1 + c\psi_3 + \dots$ . Plötzlich entstehen aus dem Nichts sogenannte **virtuelle Photonen-Paare!** Heisenbergs Unbestimmtheitsrelation (Abschnitt 3.5) erlaubt ihnen, für eine kurze Zeit  $\Delta t$  die Energie  $\Delta E$  aus dem „Nichts“ des Vakuums zu leihen. Auch Elektron-Positron-Paare entstehen so:  $\Delta E = \Delta mc^2$ .

### 1.6) Optische Experimente mit 1 Photon-Zuständen

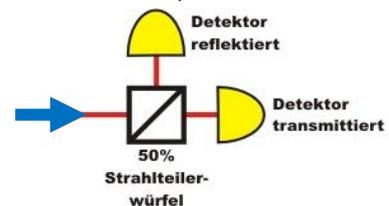
Experimente zur Quantenphysik der Materie, etwa Interferenzen von Elektronen, Neutronen, Molekülen usw., setzten - unter Anderem - riesige Vakuumanlagen voraus. Sie sind im Gymnasium unmöglich. Das Gegenstück, Experimente zum Licht, sind auch im Gymnasium möglich. Wie Meyn et al. von der Universität Erlangen zeigen, sogar mit einzelnen Lichtquanten: [www.QuantumLab.de](http://www.QuantumLab.de)

Ein Laser schickt kurzwelliges Licht (405 nm) auf einen speziellen Kristall. In seinem atomaren Übergang entstehen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit aus einem Lichtquant zwei Quanten mit je der halben



Energie. Diese besitzen deshalb die doppelte Wellenlänge von 810 nm. Wegen der Impulserhaltung fliegen sie symmetrisch zur Einfallrichtung weg. Dorthin fliegt auch der Reststrahl mit den nicht verwandelten Quanten. Die «neuen» Lichtquanten können in zwei Detektoren gemessen werden, die im Prinzip gleichzeitig ein Signal melden müssen. Man spricht von **Koinzidenz**, dem Zusammentreffen zweier Ereignisse. Wenn man eines misst, vernichtet man es zwangsläufig. Wenn man nur eines der beiden misst, kann man mit dem zweiten  $\psi_1$  (Pfeil ) weiter experimentieren.

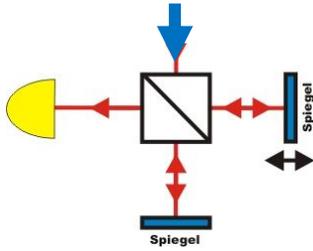
Wesentlich ist, dass das erste Lichtquant der Elektronik ankündigt, dass jetzt das zweite unterwegs ist. Die Detektoren müssen so empfindlich sein, dass sie durch einzelne Photonen ausgelöst werden. Man benützt dazu Avalanche Photo Diodes, bei denen ein Photon eine Ladungslawine lostritt. Doch wie Schneelawinen können auch Ladungslawinen spontan losbrechen. Man muss also statistisch untersuchen, wie viele der beobachteten Koinzidenzen zufällig entstanden sind und dies beim Experimentieren berücksichtigen. Während das erste Lichtquant das andere ankündigt, kann man (Bild rechts) das zweite durch einen 50%-



Strahlteiler schicken und in Durchlassrichtung (transmittiert) und gespiegelter Richtung (reflektiert) messen. Im Prinzip spricht immer nur der eine oder der andere Zähler an (Antikoinzidenz), weil die Lichtquanten ihrem **Teilchenaspekt** entsprechend ganz hindurchgehen oder gespiegelt werden. Im Detail sind wieder die Zufallsereignisse zu berücksichtigen. Diese Versuchsanordnung zeigt, dass Photonen sich am Strahlteiler **nicht aufteilen**.

Mit einer leicht veränderten Versuchsanordnung kann man anschliessend den Wellenaspekt der Photonen beobachten: Man schickt einzelne Lichtquanten von oben durch ein Interferometer. Dieses

spaltet das Licht durch ein halbdurchlässiges Prisma in zwei Teile auf, lässt die beiden Teile auf gleichen Spiegeln reflektieren und fügt die beiden Strahlteile im zweiten Prisma wieder zusammen. (Bild links) Anschliessend strömt das Licht nach links. Dort werden im Detektor einzelne Photonen nachgewiesen. Der **Wellenaspekt** eines einzelnen Photons äussert sich durch Interferenz: Ein Wegunterschied um ganze Wellenlängen gibt konstruktive Interferenz und maximale Zählrate, ein Wegunterschied um halbe Wellenlängen gibt destruktive Interferenz und eine minimale Zählrate. Das Photon interferiert mit sich selbst, es teilt sich auf, **es nimmt beide Wege zugleich**. Das Ergebnis stimmt mit dem Ergebnis des Doppelspaltexperiments überein.



Die Pointe an dieser Abfolge von Experimenten ist, dass gleichartige Photonen je nach «experimenteller Anfrage» ihren Teilchen- oder ihren Wellenaspekt zeigen. Es ist allerdings **kein gleichzeitiges sowohl als auch** des einen, gleichen Photons, sondern es sind zweierlei Ergebnisse, die gleichartige Quantenobjekte nacheinander bei zwei verschiedenen Experimenten liefert. Eine solche Menge von Quantenobjekten heisst «Ensemble von gleich präparierten Photonen, Elektronen ...».

Ist die «Quanten-Skifahrerin» in der Figur eine gute Veranschaulichung eines Photons? Einerseits zeigt die Auswertung (nach Abzug der Zufallsereignisse) klar, dass ein Photon gleichzeitig zwei Wege genommen hat. Es ist ausgedehnt und teilbar, ähnlich wie eine Nebelschwade. Es hinterlässt auf seinem Weg keine Spur, ohne dabei sein Wesen verändern zu müssen. Gelingt es, die Quantenskifahrerin mit einer Torkamera auf dem Weg durch die linke oder rechte Öffnung festzuhalten, verändert sie ihr Wesen: Sie verliert ihren Wellenaspekt und die Fähigkeit zur Interferenz. Die Quanten-Skifahrerin, die Spuren im Schnee hinterlässt, ist **kein** zutreffendes Bild für ein Quantenobjekt, wie ein Elektron, Neutron, Molekül.



**Quantenobjekte sind ganz, aber ausgedehnt, vielleicht wie Nebelschwaden!**

Im Abschnitt 3.6 wird erläutert, dass es keine Obergrenze für Quantenobjekte gibt. Es wird auch gezeigt, dass man in einem Experiment stärker auf den Teilchen- oder den Wellenaspekt schauen kann. Das ist immer mit einem entsprechenden Verlust für den anderen Aspekt verknüpft. Unter diesem Gesichtspunkt könnte man sagen:

Auch der Quanten-Skifahrer ist grundsätzlich ein Quantenobjekt.  
Lässt man ihn spurenziehend fahren, fokussiert man im Experiment auf seinen Teilchenaspekt.  
Der Quanten-Skifahrer muss dann entweder durch die linke oder rechte Spalte.  
**Die Spur kann nicht beidseits der Tanne verlaufen!**

### 1.7) Quantenphysik und Treibhauseffekt

Sowohl der natürliche als auch der menschgemachte Treibhauseffekt gehorchen den Gesetzen der Physik und damit auch denjenigen der Quantenphysik. Die Gesetzmässigkeiten von Kapitel 1 spielen dabei eine zentrale Rolle.

Das in 1.2 erwähnte Strahlungsgesetz von Max Planck gilt nicht nur für schwarze Körper im Labor, sondern auch für Sonne und Erde und alle anderen Himmelskörper. Diese verhalten sich einigermaßen «schwarz», wenn auch nicht perfekt in jedem Frequenz- beziehungsweise Wellenlängenbereich. «Schwarz» bedeutet aus der Sicht der Physik, dass sie dem Gesetz gehorchen, in dem das Wirkungsquantum erstmals aufgetaucht ist:

Plancks Gesetz für die spektrale Energiestromdichte lautet in moderner Schreibweise:

$$\rho(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$$

Die Sonne strahlt mit  $T = 5900\text{K}$  in den Weltraum. Ein winziger Teil der Strahlung trifft auf die Erde. Wieviel die Erde erhält, ist nur eine Frage der Geometrie, konkret von Sonnenentfernung und Erdradius. Die Mischung, die wir als «weisses» Licht empfinden, stimmt weitgehend mit der Frequenzmischung überein, die sich gemäss Plancks Strahlungsformel ergibt. Sie besitzt ein Maximum im Grünen. Sie können das mit einem CAS-Rechner nachprüfen, wenn Sie die Konstanten einsetzen.

Die mittlere Erdoberflächentemperatur stellt sich wiederum gemäss Plancks Formel ein: Damit die Erde energetisch im Gleichgewicht bleibt, strahlt sie auf ihrer ganzen Oberfläche genau soviel ab, wie sie auf ihrer Querschnittsfläche von der Sonne erhält. Die Rechnung ergibt rund  $T_E^* = 260K$ .

Wäre die Erde so kalt, gäbe es kein Leben. Doch nun müssen wir den **natürlichen Treibhauseffekt** in Rechnung stellen. Im Diagramm unten erkennen Sie die komplexen Auswirkungen der Atmosphäre auf die Strahlung:

Schon oben in der Atmosphäre weicht die Energieverteilung vom ideal schwarzen Strahler mit 5900K ab. Sonneneigenschaften, Materie zwischen Sonne und Erde und Rückstrahlung von unten machen sich bemerkbar.

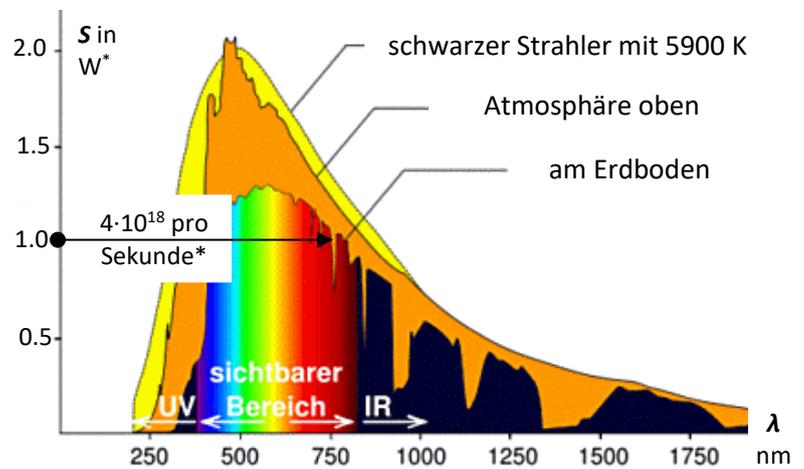
Am Erdboden beobachten wir zwei Veränderungen:

(A) Die Strahlungsleistungsdichte ist durch verschiedene Effekte in der Erdatmosphäre insgesamt zurückgegangen. Messungen zeigen von rund  $1.3 \text{ kW/m}^2$  auf  $1.0 \text{ kW/m}^2$ .

(B) Im Infrarotbereich an mehreren Stellen und besonders  $1300 \text{ nm} = 1.3 \text{ mm}$  Wellenlänge wird sehr viel absorbiert. Das ist besonders auf  $\text{H}_2\text{O}$  und  $\text{CO}_2$  zurückzuführen, die sich von Natur aus in der Atmosphäre befinden. In MINT 3 wird erläutert, wie nur die Quantenmechanik dies erklären kann.

Setzt der Mensch zusätzliches  $\text{CO}_2$  oder  $\text{CH}_4$  usw. frei, verstärkt das (B): **antropogener Treibhauseffekt**.

Im Diagramm unten ist das Sonnenlicht gleich wie im Abschnitt 1.2 dargestellt: Als Funktion der Wellenlänge  $\lambda$  ist die Strahlungsleistung  $S$  (\*in Watt pro  $1 \text{ m}^2$  Fläche und pro  $1 \text{ nm}$  Wellenlängenintervall) aufgetragen: Die Kurve oben in der Atmosphäre stimmt gut mit der durch die Quantenphysik begründeten Kurve des schwarzen Strahlers bei  $5900 \text{ K}$  überein. Am Erdboden liegt das Maximum immer noch im Sichtbaren bei  $500 \text{ nm}$ . Allerdings hat unterwegs die Atmosphäre Energie absorbiert.



Bei solchen Messungen und den Diskussionen benützen die Beteiligten am liebsten den Wellenaspekt der elektromagnetischen Strahlung.

Interpretation unter Benützung des **Teilchenaspekts des Lichts**:

Frequenz $f$ in THz	1200	600	400	300	240	200	170
Quanten-Energie $E$ in eV	5	2.5	1.7	1.2	1.0	0.9	0.8

In blauer Farbe sind umgerechnete Skalen mit der Frequenz  $f$  und der Quanten-Energie  $E$  hinzugefügt. Als Beispiel ist im roten Bereich der sichtbaren Strahlung die Strahlungsleistung  $S$  unter Berücksichtigung des Teilchenaspekts angegeben: Dort können  $4 \cdot 10^{18}$  rote Lichtquanten (\*pro Sekunde und pro  $\text{m}^2$  und pro  $1 \text{ Nanometer}$  Wellenlängenbereich) gemessen werden.

Mehr zu Klima-relevanten Absorption von IR durch  $\text{CO}_2$  folgt im MINT 2.

**Rechnen mit Plancks Strahlungsformel**

physikalisch:  $\rho(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \frac{1}{e^{hf/kT} - 1}$  mathematisch vereinfacht mit  $x$  für  $f$ :  $y(x, T) = x^3 \frac{1}{e^x/T - 1}$

Benützen Sie den CAS-Rechner für folgende Aufgaben:

- a) Bestimmen Sie Dimension und Masseinheit der Energiestromdichte.
- b) Bestimmen Sie das Maximum dieser Kurve und informieren Sie sich über das Gesetz von Stefan-Boltzmann.
- c) Untersuchen Sie die Grenzen für kleine und grosse Wellenlängen und informieren Sie sich genauer, von welchen Voraussetzungen Planck bei der Herleitung ausgegangen ist.

### I.8) Optische Pinzette: Nobelpreise 2018 für Laser-Physik

Einer ging an Donna Strickland, University of Waterloo, Canada → Nachdenken über Physik 1.  
Zu Arthur Ashkin und seinem Beitrag schreibt die Deutsche Physikalische Gesellschaft:

- **Fokussiertes Licht kann mikroskopische Objekte festhalten oder bewegen**
- **Licht wird so zum Werkzeug – nicht nur in der Physik, sondern auch in der Biomedizin**
- **Diese Erfindung erhielt 2018 den Nobelpreis für Physik**

Licht ist viel mehr als nur Beleuchtung. Es ist ebenso ein vielseitiges Werkzeug in der Materialbearbeitung, ein sicherer Informationsträger für schnellste Datenübertragung, ein grüner Energielieferant und ein medizinisches Gerät. Diese Eigenschaften machen Licht zu einem der am schnellsten expandierenden Innovationstreiber industrieller Anwendungen.

An der Schnittstelle zwischen Grundgenerkenntnis und Anwendungen liefert Licht immer wieder neue Impulse. So gelang Arthur Ashkin 1970 der bahnbrechende Erfolg, mikroskopische Partikel in einem fokussierten Laserstrahl festzuhalten. Der Clou: seine Technik kann sogar auf lebende biologische Zellen angewandt werden, ohne sie zu beschädigen. Sie ist heute unter dem Namen Optische Pinzette bekannt und wurde 2018 mit dem Nobelpreis für Physik geehrt.

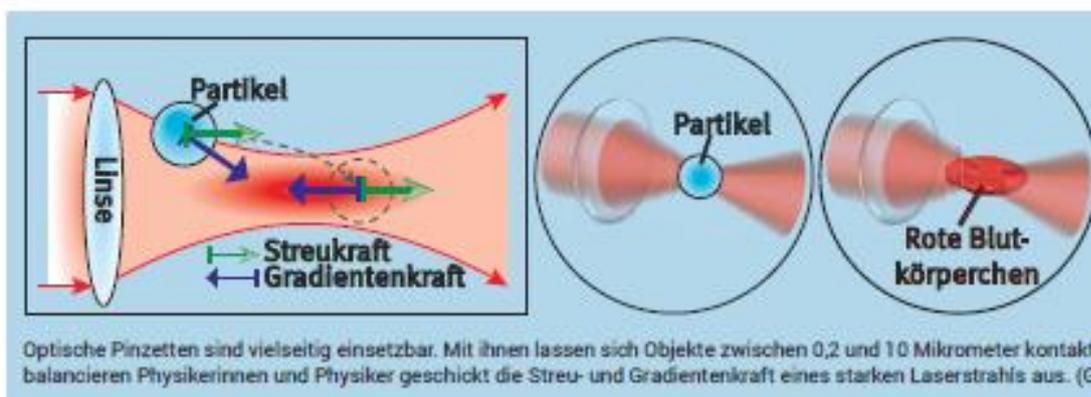
Doch wie ist es möglich, mit einem Laserstrahl Objekte zu greifen? Dank Isaac Newton wissen wir, dass Bewegungsänderungen mit einem Impulsübertrag einhergehen (actio = reactio). Betrachtet man Licht als Teilchenstrom sogenannter Photonen, kann auch Licht solche Impulse übertragen: wie Billardkugeln stoßen die

Photonen gegen mikroskopische Partikel und schieben sie an. Dieser Effekt wird als Streukraft bezeichnet. Zum Festhalten wird allerdings noch eine entgegengesetzte „Zugkraft“ benötigt.

Um diese zu verstehen, stellen wir uns ein Partikel oder eine Zelle als einen Wassertropfen vor. Das intensive Licht eines Lasers wird darin nicht nur reflektiert, sondern ebenso gebrochen. Es ändert seine Richtung, was ebenfalls zu einem Impulsübertrag auf die Partikel führt. Dieser ist stets zum Punkt der höchsten Lichtstärke gerichtet. Bei stark fokussiertem Licht resultiert daraus die notwendige „Zugkraft“, die auch Gradientenkraft genannt wird.

Arthur Ashkin brauchte neben der Streu- und Gradientenkraft zum Ausbalancieren noch die Gravitation. Damit konnte er zeigen, dass sich Objekte von wenigen Mikrometern Größe berührungslos greifen und bewegen lassen – wie mit einer Pinzette. Heute werden optische Pinzetten durch stark fokussierende Mikroskop-Objektive erzeugt, die bis in den Nanometerbereich arbeiten. Kombiniert mit holographischen Systemen kann eine optische Pinzette sogar eine Vielzahl von Teilchen halten und unabhängig bewegen, was gerade für Anwendungen in der Biologie oder Medizin äußerst wichtig ist. Heute sind Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler damit in der Lage, Kräfte von Zellen in lebenden Organismen zu messen, um neue Erkenntnisse zur Erforschung von Krankheiten wie Krebs oder Gefäßerkrankungen zu gewinnen. Auch die Stärke der Kontraktion einer einzelnen Muskelzelle kann präzise gemessen werden.

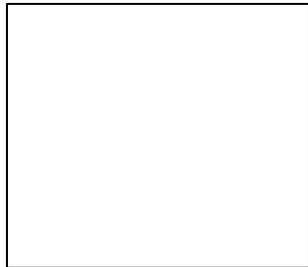
Arthur Ashkins Erfindung ist zudem Weg-



**I.9) Zur Wirkung von Röntgenstrahlung – Ein Spezialfall des Compton-Effekts**

Beim Röntgen trifft relativ energiereiches Licht (typisch sind 20 keV) auf die Elektronen der getroffenen Materie, gibt Energie ab und wird abgelenkt, wie in → I.2 dargestellt ist. Wir stellen nun eine vereinfachte Rechnung für dieses Situation an, die die Physiker vom **Teilchenaspekt** des Lichts, also von der Existenz der Photonen überzeugt hat.

Wir betrachten den speziell einfachen Fall, in dem das Photon um einen rechten Winkel abgelenkt wird ( $\theta = 90^\circ$ ). Bitte unten wie in I.2 zeichnen! Weil die äussersten Elektronen des Stoffs nur leicht gebunden



(einige eV) sind, dürfen wir annehmen, ihre Bewegungsenergie und ihr Impuls seien = 0. Das widerspricht zwar der Unbestimmtheitsrelation von 3.2, verfälscht erstaunlicherweise das Ergebnis aber nicht. Wir lassen zudem die Relativitätstheorie links liegen und rechnen nach der klassischen Mechanik, obwohl das Licht immer mit  $c$  unterwegs ist. Wir stützen uns aber darauf, dass die Energie und der Impuls bei diesem «Elementarprozess» erhalten sind. Diese auch heute noch gültige Voraussetzung für die ganze Physik war just zur Zeit des Compton-

Experiments von Niels Bohr angezweifelt worden. Bitte beachten Sie den **Wellenaspekt** überall:

Gesamtenergie vorher  $= hf + 0 = hc/\lambda$  (A)

Gesamtenergie nachher  $= hf' + E_{\text{Elektron}} = hc/\lambda' + p^2/2m$  (B)

Gesamtimpuls vorher  $= hf/c + 0 = h/\lambda$  (C)

Gesamtimpuls nachher  $=$  Vektorsumme von  $h/\lambda'$  und  $p' \Rightarrow$  mit Pythagoras ausdrücken

Quadrat des Impulses nachher  $= p'^2 - (h/\lambda')^2$  (D)

Impulserhaltung  $\Rightarrow C = D$   $(h/\lambda)^2 = p'^2 - (h/\lambda')^2$  (E)

Energieerhaltung  $\Rightarrow A = B$   $hc/\lambda = hc/\lambda' + p^2/2m$  (F)

Das unbekanntes  $p^2$  aus (E) in (F) einsetzen

$$hc/\lambda = hc/\lambda' + 1/2m \cdot [(h/\lambda)^2 + (h/\lambda')^2]$$
 (G)

(G) ausmultiplizieren und sortieren und Zusammenfassen führt zum Ausdruck

$$1/\lambda - 1/\lambda' = h/2mc \cdot [(1/\lambda)^2 + (1/\lambda')^2]$$
 (H)

In (H) muss man die Brüche auf einen Bruchstrich bringen und die Zunahme  $\Delta\lambda$  ins Spiel bringen:

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} = \frac{h}{2mc} \frac{\lambda'^2 + \lambda^2}{(\lambda\lambda')^2} \Leftrightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{2mc} \frac{(\lambda + \Delta\lambda)^2 + \lambda^2}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}$$

Wir müssen jetzt annehmen, dass die Zunahme  $\Delta\lambda$  klein sei im Vergleich zu  $\lambda$  selbst. Dann ist das Quadrat davon so klein, dass man es = 0 setzen darf. Dann aber vereinfacht sich der Ausdruck enorm:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{2mc} \frac{\lambda^2 + 2\lambda\Delta\lambda + (\Delta\lambda)^2 + \lambda^2}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} \approx \frac{h}{2mc} \frac{\lambda^2 + 2\lambda\Delta\lambda + 0^2 + \lambda^2}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} = \frac{h}{2mc} \frac{2\lambda^2 + 2\lambda\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} = \frac{h}{mc}$$

Erstaunlicherweise führt unsere Rechnung für  $90^\circ$  zum relativistisch korrekten Ergebnis:  $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}$

Die Grösse  $\frac{h}{mc} = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2.43 \text{ pm}$  ist nur von der Elektronenmasse abhängig und heisst Compton-Wellenlänge des Elektrons.

**Beispiele:**

(1) Compton-Effekt mit blauen Licht von 500 nm  $\Rightarrow \Delta\lambda/\lambda = 2.4 / 500'000 \approx 0 \Rightarrow$  kein Effekt

(2) Compton-Effekt mit Röntgenstrahlung von 20 keV  $\Rightarrow \Delta\lambda/\lambda = 2.4 / 50 \approx 5\% \Rightarrow$  gut messbar

Wenn man die Möglichkeit hat, Röntgenstrahlung zu erzeugen und ihre **Wellenlänge** mit Bragg-Reflexion zu messen, kann man den Compton-Effekt auch im Gymnasium quantitativ überprüfen.

(3) Compton-Effekt mit Gammastrahlung aus Cs-137  $\Rightarrow \Delta\lambda/\lambda = 2.4 / 5 \approx 50\%$

Wenn man eine Gamma-Quelle und einen Streukörper, z. B. aus Aluminium hat, kann man den Compton-Effekt qualitativ überprüfen, indem man die leichtere Abschirmbarkeit der gestreuten Strahlung nachweist.

**Nachdenken:**

Machen Sie sich bewusst, wie die Dualität in dieser Rechnung eingegangen ist.