

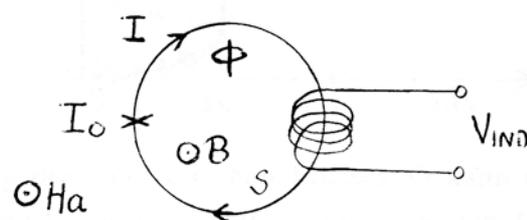
Messtechnik der Magnetisierungsmessungen

Bemerkungen zu Josephson-Effekten, SQUID's

Einige wichtige Grundtatsachen:

- Elektronenzustände bei der Fermi-Fläche mit den Wellenvektoren \mathbf{k}_F und $-\mathbf{k}_F$ und entgegengesetztem Spin "paaren" sich zu sogenannten Cooper-Paaren. Die Ladungsträger, welche die Supraleitung ausmachen, besitzen also eine Ladung $2e$ und eine Masse $2m_e$.
- Die elektronische Zustandsdichte $D(E)$ weist bei E_F eine Lücke der Breite Δ auf. Unterhalb E_F ist die Zustandsdichte gegenüber dem oben besprochenen sog. *Fermi-Gas* erhöht, damit die Gesamtzahl der Zustände erhalten bleibt.
- Neben den kritischen Feldern und der kritischen Temperatur gibt es auch eine kritische Stromdichte j_c , oberhalb welcher die Cooper-Paare aufgebrochen werden und die Supraleitung verschwindet. Intuitiv kann man sich vorstellen, dass dies geschieht, sobald die kinetische Energie der Ladungsträger Δ überschreitet. Damit ist j_c wie Δ temperaturabhängig, und wird bei T_c null.
- Anstelle vieler einzelner Wellenfunktionen kann der Zustand der Gesamtheit der supraleitenden Elektronen durch *eine einzige Wellenfunktion* beschrieben werden. Der supraleitende Zustand ist ein makroskopischer Quantenzustand, wie z.B. auch ein Bose-Einstein Kondensat.

Letztere Eigenschaft hat eigentümliche Konsequenzen, sobald Tunneleffekte in Supraleitern betrachtet werden. Wir wollen hier im Zusammenhang mit der Messtechnik nur eine spezielle Situation qualitativ betrachten, da die Behandlung aller dieser sog. *Josephson-Phänomene* quantitativ sehr aufwendig ist.



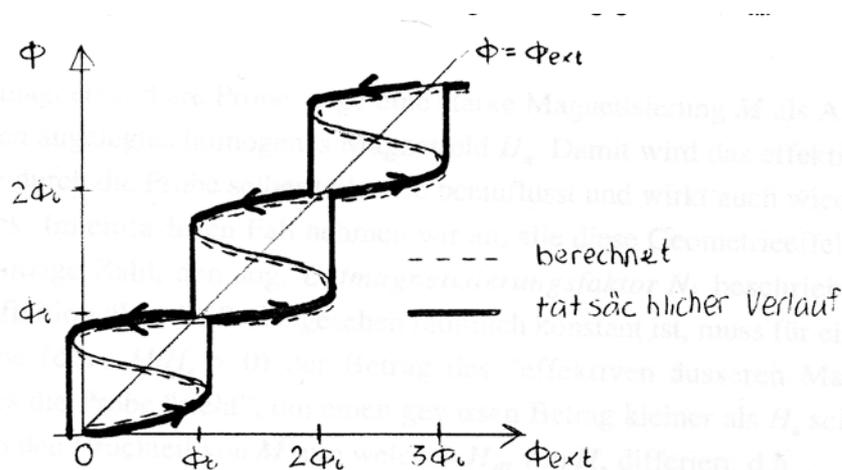
Wir nehmen an, wir hätten einen supraleitenden Ring der Innenfläche S vor uns, welcher an einem Punkt eine Schwachstelle mit einer reduzierten kritischen Stromdichte j_c aufweist. Den reduzierten totalen kritischen Strom an der Schwachstelle nennen wir hier I_0 . Die konkrete physikalische Natur dieser Schwachstelle ist hier nicht so wesentlich. Der Ring wird durch eine makroskopische (komplexe) Wellenfunktion beschrieben, welche bei einem Umlauf eine Phasenänderung von 2π aufweist, damit ihr Wert in jedem Punkt des Ringes eindeutig ist.

Wir legen nun von aussen langsam ein Magnetfeld \mathbf{H}_a an. Damit wird aufgrund der Lenz'schen Regel im supraleitenden Ring ein Strom angeworfen, der mit wachsendem \mathbf{H}_a zunimmt und dafür sorgt, dass der magnetische Fluss Φ durch den Ring null bleibt. Irgendwann wird jedoch die kritische Stromdichte der Schwachstelle überschritten. Die

Phasenbeziehung der Wellenfunktion bricht kurzzeitig zusammen. Es zeigt sich, dass bei diesem Ereignis ein Flussquant Φ_0 in den Ring eindringen kann. Danach ist der Ring wieder durchgehend supraleitend, allerdings mit einer Phasendifferenz von 4π für einen Umlauf. Dieser Vorgang kann wiederholt werden, und mit wachsendem Aussenfeld H_a dringen sukzessive, aber diskontinuierlich immer mehr Flussquanten in den Ring ein. Man kann zeigen, dass der magnetische Fluss $\Phi = B S$ durch den Ring in folgender Weise vom magnetischen Fluss $\Phi_{\text{ext}} = B_a S$ abhängt, den man für einen nicht-supraleitenden Ring beobachten würde:

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} - LI_0 \sin\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right),$$

wobei L für den Koeffizienten der Selbstinduktion des Rings steht. Sobald $2\pi LI_0/\Phi_0 > 1$, ist Φ als Funktion von Φ_{ext} nicht mehr eindeutig. Da aber $\Phi(\Phi_{\text{ext}})$ monoton zu- oder abnehmen muss, entsteht in Wirklichkeit eine stufenförmige Abhängigkeit $\Phi(\Phi_{\text{ext}})$:



Bei jedem Sprung des magnetischen Flusses Φ kann über eine externe Spule eine induzierte Spannung $V_{\text{ind}} = -d\Phi_{\text{Spule}}/dt$ gemessen werden. Damit wird über das Abzählen der Spannungsspitzen in V_{ind} das Ein- und Austreten einzelner magnetischer Flussquanten durch den Ring beobachtbar. Geräte, welche nach diesem oder einem ähnlichen Prinzip arbeiten, nennt man SQUID's (Superconducting Quantum Interference Devices). Sie werden oft zur Messung von Änderungen des magnetischen Flusses eingesetzt.

SQUID Magnetometer

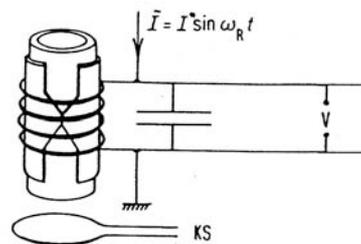
In SQUID Magnetometer wird der magnetische Fluss *direkt* gemessen. Im einfachsten Fall besteht eine Anordnung aus einem einzigen SQUID (supraleitender Ring mit Schwachstelle), welcher durch supraleitende Leitungen an ein Detektorspulensystem angeschlossen ist (sog. *Flusstransformer-Konfiguration*). Damit wird der magnetische Fluss durch den SQUID-Ring um den Fluss durch die Detektorspule vergrößert.



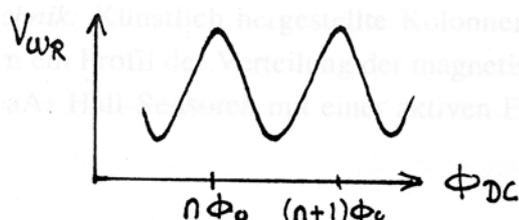
Wird der SQUID in der weiter oben besprochenen Weise benutzt (siehe "*Bemerkungen zu SQUID's*"), bei der einzelne Flussquanten gezählt werden können, spricht man von sog. *DC SQUID'S*. Aus technischen Gründen verwendet man üblicherweise sog. *RF-SQUID'S*, welche robuster in ihrer Anwendung als DC SQUID'S sind, aber auch etwas weniger empfindlich.

Abb. 181. Schematische Darstellung des Resonanzkreises eines SQUIDs.

Die Spannung V wird verstärkt und gleichgerichtet. KS ist eine Kompensationsspule. Sie wird in einer Rückkopplung dazu verwendet, kleine Feldänderungen $\Delta\Phi_g$ zu kompensieren.



Dabei wird der SQUID in einen Resonanzkreis gebracht, welcher durch einen externen Oszillator bei seiner Resonanzfrequenz (typischerweise einige MHz, *deshalb "RF-SQUID"*) gehalten wird. Damit ist der totale Fluss durch den SQUID durch eine DC Komponente Φ_{DC} , welche vom Detektorspulensystem übertragen wird und von der Magnetisierung der Probe abhängt, und einer RF Komponente, $\Phi_{RF} = \Phi_{RF,0} \sin(\omega_R t)$, gegeben. Wie beim DC-SQUID verursacht das sukzessive Eindringen des magnetischen Flusses in das SQUID-System zusätzliche Spannungsstöße im Resonanzkreis. Die Signalspannung V , welche über den Anschlüssen des RF Schwingkreises detektiert wird, hängt dabei in komplizierter Weise von der Änderung des zu messenden magnetischen Flusses Φ_{DC} und der Zeit ab. Normalerweise wird die Fourierkomponente V_{ω_R} der Resonanzfrequenz ω_R betrachtet, welche mit einem guten Lock-In Verstärker gemessen werden kann. Es zeigt sich dabei, dass die Signalspannung in folgender Weise vom DC Anteil Φ_{DC} abhängt:

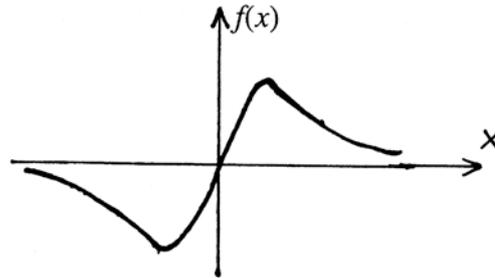
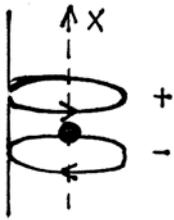


Die Abzählung der Flussquanten ermöglicht sowohl beim DC wie auch beim RF SQUID eine präzise Bestimmung der Änderung des magnetischen Flusses durch die Detektorspule als

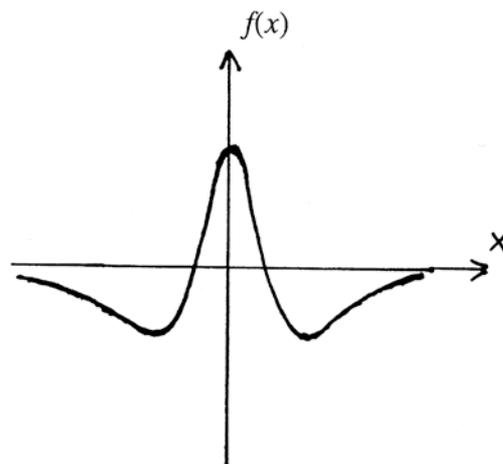
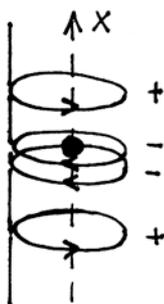
Funktion des Probenortes. Die Amplitude der entsprechenden Funktion $\Phi(x)$ ist proportional zum gemessenen magnetischen Moment, zu einer instrumentellen Geometriekonstanten, und zu einer für das Spulensystem typischen Funktion $f(x)$.

Am häufigsten werden sog. *Gradiometer 1. und 2. Ordnung* benutzt.

Gradiometer 1. Ordnung:



Gradiometer 2. Ordnung:



Vorteile: Unübertroffene Genauigkeit. Im Prinzip muss die Probe nicht bewegt werden.

Nachteile: DC SQUIDS sind heikel in der Anwendung und kostspielig. DC und RF SQUID's samt ihrer Elektronik sind sehr aufwendig, entsprechende kommerzielle Systeme sind deshalb sehr teuer. Anwendung oberhalb 10 T in der Regel nicht möglich.