



**Übung 1.** [*Brillouin-Wigner Störungstheorie*]

Gegeben sei der Hamiltonoperator eines 3-Zustandssystems als reelle Matrix

$$H = H_0 + \lambda V = \begin{pmatrix} \epsilon_1 + \lambda V_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 + \lambda V_2 & \lambda V_{23} \\ 0 & \lambda V_{23} & \epsilon_3 + \lambda V_3 \end{pmatrix}$$

- Finde die exakten Lösungen für die Energie-Eigenwerte  $E_N$  und -Eigenzustände  $|N\rangle$  des Systems.
- Betrachte den Spezialfall  $\epsilon_3 = -\epsilon_2 \equiv -\epsilon$ ,  $V_2 = -V_3 = -2\epsilon$  mit  $\epsilon > 0$  und gib den Verlauf von  $E_N(\lambda)$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ , für  $V_{23} = 0$  und  $V_{23} = \epsilon$  an. Kann es zu Überschneidungen  $[E_N(\lambda) = E_{N'}(\lambda)]$  für bestimmte  $\lambda$  kommen?
- Berechne die Energie-Eigenwerte des durch  $\lambda V$  gestörten Systems mit Hilfe der Brillouin-Wigner-Störungstheorie. Berücksichtige die ersten beiden Korrekturen und vergleiche mit dem exakten Resultat aus a). Für welches  $H_0$  wird das B.W. Ergebnis in dieser Näherung exakt?
- Bestimme für  $\epsilon_2 = \epsilon_3$  und  $V_2 = V_3 = 0$  die Zustandskorrekturen  $|N\rangle^{(1)}$  in der B.W. Störungstheorie. Wie sind die  $|N\rangle^{(1)}$  normiert?
- Ermittle die Energiekorrekturen in 1. und 2. Ordnung mittels Rayleigh-Schrödinger- bzw. entarteter Störungsrechnung. Vergleiche mit den Ergebnissen aus a) und c).

**Übung 2.** [*WKB-Methode*]

Bestimme mit Hilfe der WKB-Methode die Transmissionswahrscheinlichkeit  $T$  für ein Teilchen mit Energie  $E < V_0$  durch den parabolischen Potentialwall,

$$V(x) = \begin{cases} V_0 \left(1 - \frac{x^2}{x_0^2}\right), & |x| < x_0, \\ 0, & |x| \geq x_0. \end{cases} \quad (1)$$

**Übung 3.** [*Variationsverfahren*]

Sei  $|\phi\rangle$  ein beliebiger Zustand. Zeige, dass das Energiefunktional,

$$\langle H \rangle_\phi = \frac{\langle \phi | H | \phi \rangle}{\langle \phi | \phi \rangle} \quad (2)$$

eine obere Schranke für die Grundzustandsenergie  $E_0$  des Hamiltonians  $H$  liefert,

$$\langle H \rangle_\phi \geq E_0. \quad (3)$$

Wann gilt Gleichheit in (3)?