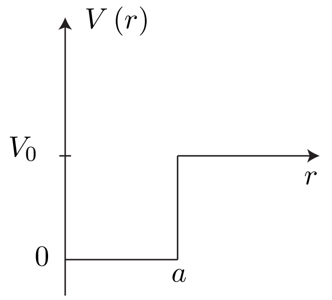
Übung 1. *[Unendlich tiefer Potentialtopf]*

In der Vorlesung wurde die Schödinger-Gleichung für ein sphärisch symmetrisches Kastenpotential hergeleitet und gelöst. Nun betrachten wir den Spezialfall eines unendlich tiefen Potentialtopfs.

(1) Stelle zuerst die Schrödinger-Gleichung auf, für einen gebundenen Zustand in einem sphärischen Potentialtopf der Breite a:



$$V(r) = \begin{cases} 0 & r < a \\ V_0 & r > a \end{cases} .$$

Abbildung 1: Sphärischer Potentialtopf.

(2) Löse die Schrödinger-Gleichung und betrachte den Limes $V_0 \to \infty$.

(3) Finde die Energieeigenwerte des Systems mit Hilfe der Tabelle (1). Wie sieht das Energiegeordnete Spektrum aus?

	l	0	1	2	3	4	5
n		S	P	D	F	G	H
1		3.14	4.49	5.76	6.99	8.18	9.36
2		6.28	7.73	9.10	10.42		
3		9.42					

Tabelle 1: Nullstellen der Besselfunktionen $j_l(x)$.

Übung 2. *[Partialwellenstreuung]*

Neutronen der Masse m und Energie E fallen in ein sphärisch symmetrisches, anziehendes Rechteckpotential der Tiefe W und Reichweite a, das die Kernkraft zwischen dem Neutron und dem Kern repräsentiert. Wenn die Geschwindigkeit $v \ll \frac{\hbar}{ma}$ ist, zeige dass

a) die Streuung sphärisch symmetrisch ist,

b) die s-Wellen Phasenverschiebung δ der Gleichung

$$j \tan(ka + \delta) = k \tan ja$$

genügt, wobei $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad j^2 = \frac{2m(W+E)}{\hbar^2}$,

c) die Streulänge gegeben ist durch

$$b = a\left(1 - \frac{\tan y}{y}\right),$$

wobei $y = \frac{\sqrt{2mW}a}{\hbar}$.

d) Wie gross ist der totale Streu-Wirkungsquerschnitt, wenn E gegen Null geht?

Übung 3. *[Partialwellenstreuung II]*

(1) Überprüfe, dass die Wellenfunktion ausserhalb des Wirkungsbereichs eines kurzreichweitigen Potentials, die gegeben ist duch

$$u\,(r,\theta) \;=\; \frac{1}{r}\left(1+\frac{i}{kr}\right)e^{i\,k\,r}\cos\left(\theta\right)\;, \tag{1}$$

eine auslaufende p-Welle darstellt.

(2) Ein Strahl einfallender Teilchen, dargestellt als ebene Wellen $e^{i\,k\,z}$, streut an einer undurchdringbaren Kugel mit Radius a, wobei $k\,a \;\ll\; 1$. Zeige, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Streuung um ein Winkel θ zur Ordnung $(k\,a)^2$ durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \;=\; a^2\left[1-\frac{1}{3}\,(k\,a)^2+2\,(k\,a)^2\,\cos\left(\theta\right)\right] \tag{2}$$

gegeben ist, falls man nur s- und p-Wellen betrachtet.

Beachte:

(a) $\cos^2\theta$ gemittelt über alle Richtungen ist gleich $\frac{1}{3}$,

(b) Für die allgemeine Form einer auslaufenden p-Welle benutze Gl.(1) multipliziert mit einer Konstante.